Chapitre

La continuité d'une fonction

Série D'exercice

Exercice

1 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-2x}$
2. $\lim_{x\to \frac{2}{3}} \frac{3x^2-2x}{9x^2-4}$
3. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x-1}-x+1}{x^2-x}$
4. $\lim_{x\to 3} \frac{x+2\sqrt{x-3}-3}{x^2-9}$

Exercice

2

1. On considère les fonctions f et g , tels que :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}; x \neq 1 \\ f(1) = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{x}; x \neq 0 \\ g(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Donner le domaine définition de f et g puis étudier la continuité de f en 1 et de g en 0 .

Exercice

3 On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-x}{2(x^2-1)}; x < 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}; x > 1 \\ f(1) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue en droite de 1
2. Est-ce que la fonction est continue en 1 ?

Exercice

4 On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x+b}{x^2-1}; x < 1 \\ f(x) = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-1}; x > 1 \\ f(1) = a \end{cases}$$

1 Déterminer les valeurs de b en $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

2 Déterminer les nombres de a et b pour f est continue en 1

Exercice

5

1 Montrer que l'équation $x^5 + x + 1 = 0$ admet une solution en [-1 ; 0]

2 On considère la fonction f(x) = $x^2 - \frac{4}{x}$

a Montrer que est nul en intervalle [1 ; 2]

b Montrer que l'équation f(x) = x admet une unique solution en [1 ; 2]

3 On pose f(x) $x^3 + 3x - 5$
Montrer que (Cf)coupe (OX) en point α puis donner le table de signe de f(x)

Exercice

6 Soit f une fonction définie par :
f(x) = $x + 1 + 2\sqrt{x-1}$

1 Déterminer D_f puis étudier la continuité de f sur D_f

2 Étudier la monotonie de f sur D_f puis tracer la table variation de f

3 Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur l'intervalle I qui peut déterminer

Exercice

7 On considère la fonction f définie par :
f(x)= $x\sqrt{x^2+x}$

1 Détermine D_f puis calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2 Montrer que f(x) = 0 admet au moins une solution en l'intervalle [-2 ;2]

3 Soit g une fonction définie en
I =] $-\infty$; 1] tels que : g(x) = f(x)

a Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur l'intervalle J qui peut déterminer