

Les opérations dans l'ensemble des nombres réels

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls. On a :

$$\times \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\times \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

$$\times \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\times \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{b}} = c \quad \text{équivalent à} \quad a = bc$$

$$\times \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{équivalent à} \quad ad = bc$$

Exemple

Calculer :

$$1 \quad \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

$$2 \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$$

$$3 \quad \frac{7}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$4 \quad \frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{2}}$$

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels. On a :

$$\times a(b + c) = ab + ac$$

$$\times (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\times -(a + b - c) = -a - b + c$$

Exemple

Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$$1 \quad A = 5(x + 3)$$

$$2 \quad B = -3(x^2 + 2x - 1)$$

$$3 \quad C = (2x - 3)(4x + 2)$$

$$4 \quad D = (2 - x)(4 + 2x)$$

II Identités remarquables

Propriété

Soient a et b deux nombres réels. On a :

$$\begin{aligned} \boxtimes (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ \boxtimes (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ \boxtimes (a-b)(a+b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

• Exemple

Calculer :

$$1 \quad (2x+1)^2$$

$$2 \quad (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$$

$$3 \quad (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$$

Remarque

Soient a et b deux nombres réels. On a :

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

• Exemple

Factoriser les expressions suivantes .

$$1 \quad A = (x+4)^2 + (x+4)(x+3)$$

$$2 \quad B = x^2 - 9 + (x-3)(2x+1)$$

$$3 \quad C = x^3 - 1000$$

$$4 \quad D = x^3 - 8 + 4(x-2)$$



Les puissances - écriture scientifiques

Propriété

Soient a et b deux nombres réels non nuls .
et soient m et n deux nombres entiers relatifs non nuls. On a :

$$\otimes a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\otimes \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\otimes \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\otimes a^0 = 1$$

$$\otimes (a^n)^p = a^{np}$$

$$\otimes a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\otimes \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

• Exemple

Simplifier les nombres suivants :

$$1 \quad A = 2^{-5} \times 3^{-3} \times 2^{10} \times 3^{-3}$$

$$2 \quad B = \frac{4 \times (10^{-2})^3 \times 10}{10^{-5} \times 16}$$

$$3 \quad C = x^7 \times x^4$$

$$4 \quad D = \frac{x^4 (x^2 \times y^3)^2}{x^7 \times y^4}$$

Remarque

Soit n un entier naturel. On a :

$$\otimes 10^n = 100 \dots 00 \text{ n Zéros.}$$

$$\otimes 10^{-n} = 0,00 \dots 01 \text{ n Zéros.}$$

• Exemple

$$1 \quad 10^3$$

$$2 \quad 10^{-3}$$

$$3 \quad 10^2$$

$$4 \quad 10^{-2}$$

$$5 \quad 0,012 \times 10^{-3}$$

$$6 \quad 6500 \times 10^5$$

$$7 \quad 5,03 \times 10^{-4}$$

$$8 \quad -34,56 \times 10^{-2}$$

Définition

Soit a un nombre décimal non nul.

L'écriture $x = a \cdot 10^n$ dont $1 \leq a < 10$ ou $-10 < a \leq -1$ est appelée l'écriture scientifique .

• Exemple

Ecrire les nombres suivants en écriture scientifique :

1 251,3

2 0,095

3 $27,31 \times 10^3$

4 150×10^{-3}

5 -5248,3

6 $-872,731 \times 10^{-4}$

7 $7879,03 \times 10^7$

8 $0,012 \times 10^{-3}$

9 6500×10^5

10 $5,03 \times 10^{-4}$

11 $-34,56 \times 10^{-2}$

IV

Les racines carrées

Propriété

Soient a et b deux nombres positifs. On a :

✘ $\sqrt{a^2} = a$

✘ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

✘ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

✘ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (b \neq 0)$

• Exemple

Calculer :

1 $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

2 $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$

3 $\sqrt{10} \times \sqrt{10}$

4 $\sqrt{(0,4)^2}$

5 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

6 $\sqrt{\frac{81}{10}} \times \sqrt{\frac{40}{9}}$

V

Les ensembles

Définition

- ✘ On note l'ensemble des entiers naturels par $\mathbb{N} : \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- ✘ On note l'ensemble des entiers naturels non nuls par $\mathbb{N} : \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.
- ✘ On note l'ensemble des entiers relatifs par $\mathbb{Z} : \mathbb{Z} = \{\dots, -2, 1, 0, 1, 2, \dots\}$.
- ✘ On note l'ensemble des nombres décimaux par $ID : ID = \{a \cdot 10^n / a \in \mathbb{Z} \text{ et } n \in \mathbb{Z}\}$.

✘ On note l'ensemble des nombres rationnels par $\mathbb{Q} : \mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{N}^* \right\}$.

✘ On note l'ensemble des nombres réels par \mathbb{R} . C'est l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels.

Propriété

$$\checkmark \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Le symbole ' \subset ' se lit inclus.

• Exemple

Compléter à l'aide de l'un des symboles suivants : \in ou \notin .

1 $10 \dots \mathbb{N}$

2 $-6 \dots \mathbb{N}$

3 $\frac{2}{3} \dots \mathbb{R}$

4 $14 \dots \mathbb{Z}$

5 $1,33 \dots \mathbb{D}$

6 $3,5 \dots \mathbb{Z}$

7 $\frac{\sqrt{2}}{3} \dots \mathbb{Q}$

8 $0 \dots \mathbb{R}^*$

9 $\sqrt{49} \dots \mathbb{N}$

10 $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$

VI

Proportionnalité

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls.

On dit que a et b sont proportionnels avec c et d s'il existe un réel k , appelé le coefficient de proportionnalité, tel que : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k$.

• Exemple

L'échelle sur la carte est $1/50000$, on mesure la distance sur la carte entre deux points A et B, elle est 15 cm.

Cherchons la distance réelle en kilomètres qui sépare A et B.

Soit y la distance réelle entre A et B.

Distance réelle (cm)	50000	y
Distance sur la carte (cm)	1	15

D'après le tableau de proportionnalité

$$\text{on a : } 1 \times y = 50000 \times 15$$

$$\text{Donc : } y = 750000.$$

Or 750000 cm font 7,5 km.

La distance réelle entre A et B est donc de 7,5 km.

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls. On a :

$$\times \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivalent à } ad = bc.$$

$$\times \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivalent à } \frac{d}{b} = \frac{c}{a}.$$

$$\times \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivalent à } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

$$\times \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{an + mc}{bn + md} \text{ avec } n, m \text{ des nombres réels tels que : } bn + md \neq 0$$

• Exemple

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{5 \times 3 + 10 \times 4}{2 \times 3 + 4 \times 4} = \frac{55}{22}$$

• Exemple

Un robinet d'un lavabo fuit. Il s'écoule 2,5 litres chaque heure.

- 1) Au bout de combien de temps (en min) se sera-t-il écoulé 1,5 litres ?
- 2) Quel volume d'eau (en L) se sera-t-il écoulé au bout de 35 min ?

• Exemple

Les questions de cet exercice sont indépendantes :

- 1) Une classe est composée de 28 élèves parmi lesquels on compte 16 filles.

Déterminer à quel pourcentage des élèves de la classe correspond aux filles.

- 2) 45% des moutons d'un troupeau sont blancs. Le troupeau comporte exactement 72 moutons blancs.

De combien de moutons est composé le troupeau ?

3) L'effectif du club de football était 340 et il a augmenté de 15%.

Quel est le nouvel effectif ?

4) Un commerçant diminue ses prix de 8%.

Un écran LCD coûte, avant réduction, 5400DH. Combien coûtait-t-il après ?