

La proportionnalité

I Tableau et coefficient de proportionnalité

Activité

Au supermarché, 3L de jus de fruit coutent 10Dh

- Combien coutent 12L de jus de fruit ?
- Combien de litres de jus de fruit peut-on acheter avec 30Dh ?
- Comment appelle-t-on une telle situation ?
- Recopier et compléter le tableau suivant :

Litres de jus de fruit	3	12	...
Prix	10	...	30

Dans cette situation, le et le nombre de litres de jus de fruits achetés sont

Activité

- 1 Une tablette de chocolat contient 24% d'amandes
Quelle est le poid d'amande dans une tablette du même chocolat de 145grammes?
- 2 Une voiture roule à une vitesse constante égale à 110Km/h

a Compléter le tableau suivant

t (temps de parcours en heures)	1	2	3
d (distance parcourue en Kilomètres)	110	550	880

- b Donner une relation entre la distance d et le temps t
- c Que remarque-t-on ?

- 3 Un employé gagne 1050Dh pour 15 heures detravail.
Combien gagnera-t-il s'il travaille 22 heures ?

Activité

- 1 Recopier et compléter le tableau suivant

t (temps de parcours en heures)	1	2	3
d (distance parcourue en Kilomètres)	110	550	880

- 2 Comment passe-t-on des nombres de la ligne (1) aux nombres de la ligne (2) ?

1 Tableau et coefficient de proportionnalité

Définition

Un tableau est un tableau de proportionnalité lorsqu'on obtient chaque terme d'une ligne en **multipliant** le terme correspondant de l'autre ligne par **un même nombre** appelé **le coefficient de proportionnalité**

❑ Situation de proportionnalité :

$\div 2$	3	2	1	$\times 2$
	6	4	2	

On remarque si on multiplie les nombres de la première ligne par 2, on obtient les nombres de la deuxième ligne

On appelle le nombre 2 le coefficient de proportionnalité

$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

❑ Situation de non-proportionnalité :

3	2	1
6	3	2

On remarque qu'on a pas multiplié les nombres de la première ligne par le même nombre pour avoir les nombres de la deuxième ligne

On dit que ce tableau ne vérifie pas une situation de proportionnalité

$$\frac{6}{3} = 2; \frac{3}{1} = 1.5 \text{ et } \frac{2}{1} = 2$$

Remarque

Dans un tableau de proportionnalité

On calcule chaque quotient d'un nombre de la première ligne et son correspondant de la deuxième ligne

➤ Si tous sont égaux, alors c'est proportionnel

Si juste un quotient est différent, alors ce n'est pas proportionnel

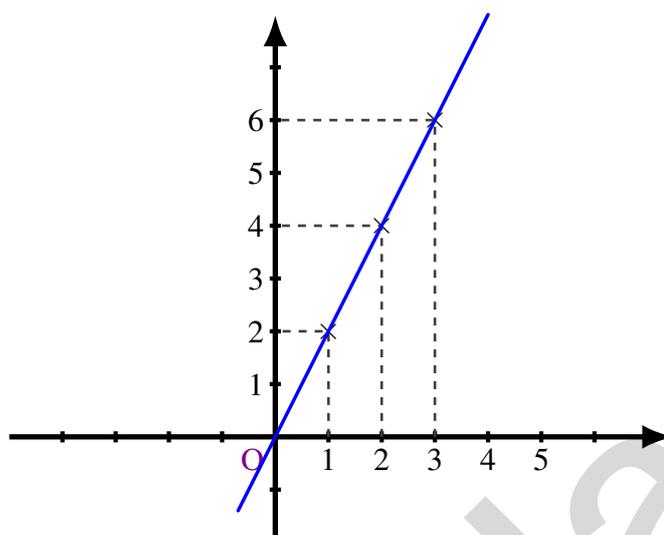
2 Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

Propriété

Si on représente, dans un repère, une situation de proportionnalité, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère

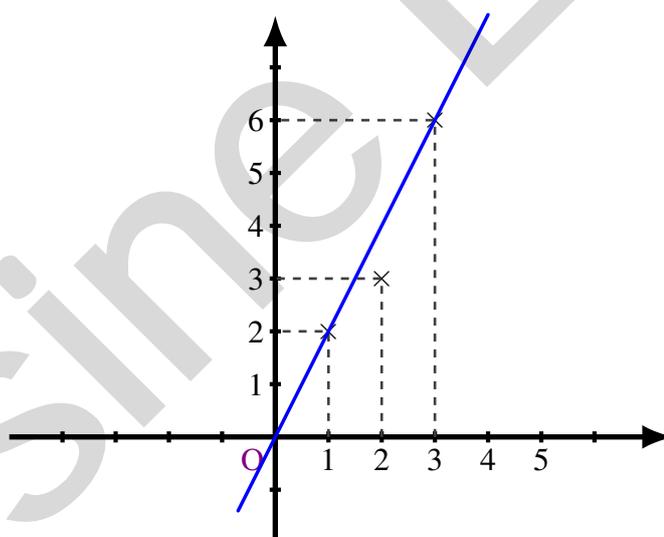
• Exemple

❑ Situation de proportionnalité :



On remarque que tous les points sont alignés avec l'origine du repère
Donc ce graphique représente une situation de proportionnalité

□ Situation de non-proportionnalité :



On a tous les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère
Donc ce graphique ne représente pas une situation de proportionnalité

II

La quatrième proportionnelle

Activité

J'ai acheté 4Kg de pomme à un prix de 20Dhs

Quel est le montant que je vais payez pour acheter 6Kg de ces pommes ?

Définition

Lorsque dans deux colonnes d'un tableau de proportionnalité, on connaît trois nombres, on peut calculer le quatrième appelé **quatrième proportionnelle**

Exemple

On considère le tableau de proportionnalité suivant

2	5
x	25

Déterminer la valeur de x le quatrième proportionnelle

★ Première méthode :

$$\text{On a } x = \frac{25}{2} = 5$$

$$\text{Donc : } x = 2 \times 5$$

$$\text{Alors } x = 10$$

★ Deuxième méthode :

$$\text{On a } \frac{2}{x} = \frac{5}{25}$$

$$\text{Donc } x = \frac{2 \times 25}{5}$$

$$\text{Donc } x = \frac{50}{5}$$

$$\text{Alors } x = 10$$

• Exemple

On considère le tableau de proportionnalité suivant

y	2
36	12

Déterminer la valeur de y le quatrième proportionnelle

$$\text{On a } \frac{y}{36} = \frac{2}{12}$$

$$\text{Donc } x = \frac{36 \times 2}{12}$$

$$\text{Donc } x = \frac{72}{12}$$

$$\text{Alors } x = 6$$

Application

- 1 Un cinéma propose les tarifs suivants :

Nombres de séances	1	4	12
Prix à payer (en Dh)	8	32	90

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ?

- 2 Les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité
Recopier puis compléter-les par la méthode de ton choix

- a Le premier tableau

2	5		20	
5		15		60

- b Le deuxième tableau

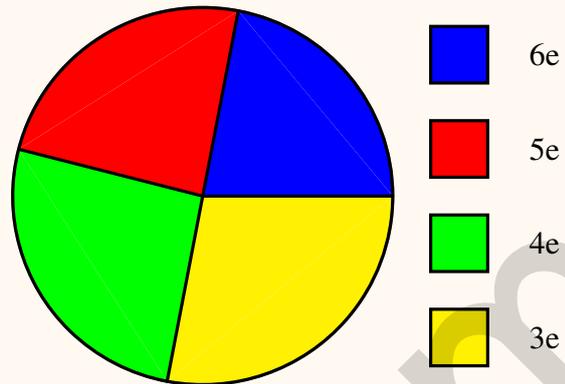
4	6			48
3		12	36	

III

Le pourcentage

Activité

Voici la répartition des élèves d'un collège français de 500 élèves
Calculer le nombre d'élèves par niveau

**Définition**

Calculer $x\%$ d'une quantité (n) revient à multiplier ce nombre par $\frac{x}{100}$

$$n \times \frac{x}{100}$$

Exemple

Calculer 20% de 300Dh

$$300 \times \frac{20}{100} = 300 \times 0.2 = 60$$

Donc 20% de 300Dh est 60Dh

Application

1 Calculer :

★ 33% de 100g

★ 70% de 15\$

★ 65% de 48l

★ 30% de 200m

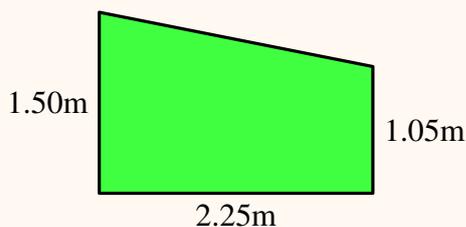
★ 150% de 15cm³

★ 7.5% de 11.80Dh

2 Dans un collège de 360 élèves, 171 d'entre eux sont des garçons
Calculer de deux manières différentes le pourcentage des filles dans ce collège

IV**L'échelle****Activité**

Voici le schéma d'une table en bois où un centimètre représente un mètre



- 1 Mesurer les dimensions sur le dessin
- 2 Recopier ces résultats dans le tableau ci-dessous

Longueur réelle (<i>cm</i>)
longueur sur le dessin (<i>cm</i>)

Calculer le coefficient de proportionnalité k (k est appelé l'échelle du dessin)

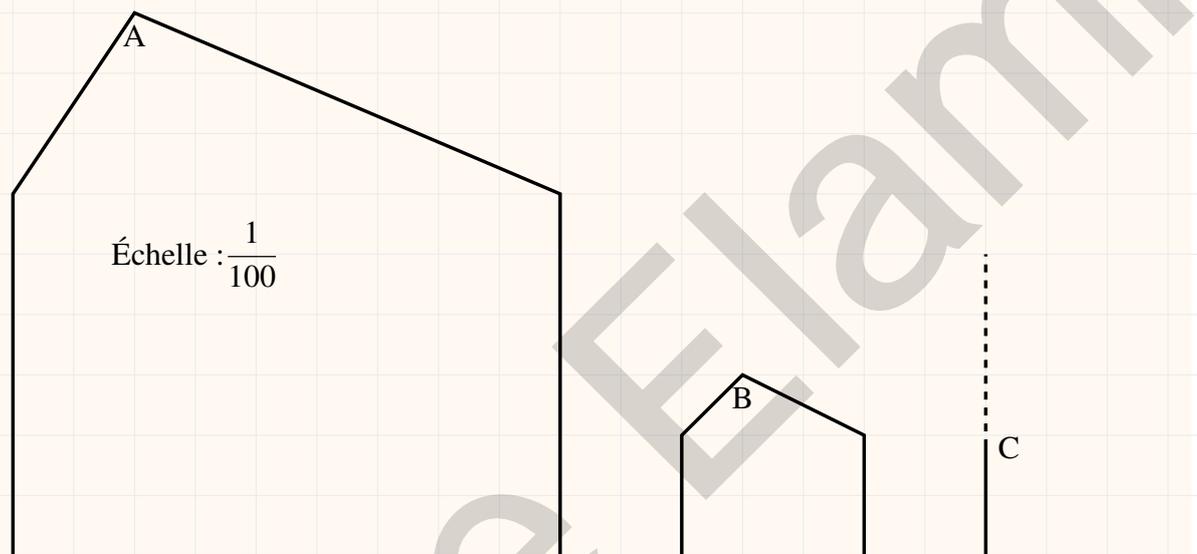
Activité

Compléter le tableau suivant : La première ligne te montre l'exemple

Le dessin d'une machine	1cm sur le dessin représente 20cm		$\frac{1}{20}$	$1 \div 20$
La plan d'une école d'une école			$\frac{1}{2000}$	
Le plan d'une ville				
Une carte routière				
Un dessin industriel (circuit électrique)	10cm sur le dessin représentent 1cm			

Activité

Voici deux schémas du profil d'un abri de jardin



- 1 A quelle échelle est réalisé le schéma B ?
- 2 Terminer le schéma C de cet abri à l'échelle $\frac{1}{150}$

Définition

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimés avec la même unité

$$e = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

Ou e est l'échelle

Exemple

On considère le tableau suivant fait avec l'échelle $\frac{1}{250000}$:

Distance sur le plan (cm)	125	y
Distance réelle (km)	x	75

On a l'échelle est : $e = \frac{1}{250000}$

Calculons x :

$$\text{On a : } e = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

$$\text{Donc : } \frac{1}{250000} = \frac{125}{x}$$

$$x = \frac{250000 \times 125}{1}$$

$$x = 31250000\text{cm}$$

Calculons y :

$$\text{On a : } e = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

$$\text{Donc : } \frac{1}{250000} = \frac{y}{75}$$

$$y = \frac{75 \times 1}{250000}$$

$$y = 0.0003\text{km}$$

$$\text{Alors : } y = 30\text{cm}$$

Application

Un plan est à l'échelle $\frac{1}{1000}$

- 1 Quelle longueur réelle est représentée par 2cm sur le plan ?
- 2 Quelle longueur sur le plan représente 35m dans la réalité ?
- 3 Même question avec 100m

V**Mouvement uniforme****Activité**

Lors d'une course, un **marathonien** court à un rythme régulier

Il atteint le premier point de ravitaillement (8Km) en 26 minutes et le second point (11km) en 35 minutes

- 1 Est-ce une situation de proportionnalité ?
- 2 Déduis-en successivement en quel temps il parcourt 19Km , 3km et 16km
- 3 Résume toutes les informations précédentes à l'aide d'un tableau
Comment appelle-t-on un tel tableau ?
- 4 Dans chaque cas, calcule la proportion Distance/Temps
Que remarques-tu ? Déduis-en la distance qu'il parcourt en une heure

Définition

Un mouvement uniforme, c'est un déplacement pour lequel la distance parcourue est proportionnelle à la durée de parcours

• Exemple

On considère le tableau suivant :

Durées en (h)	5	6
Distance en (km)	400	480

On a : $\frac{480}{6} = 80$ et $\frac{400}{5} = 80$

Donc le tableau représente une situation de proportionnalité, c'est à dire que les distances sont proportionnelle avec les durées

Donc le mouvement est uniforme

Remarque

Le coefficient de proportionnalité est ici, la vitesse en *km par heure*

$$v = \frac{d}{t}$$

Application

- 1 Un véhicule a effectué 98km en $1\text{h}10\text{min}$
En supposant sa vitesse régulière, quelle distance a-t-il parcourue en une heure ?
- 2 Un automobiliste parcourt une distance de 127km à la vitesse moyenne de 110km/h
 - a Combien de temps dure la trajet ?
 - b Combien de temps l'automobiliste gagnerait-il en roulant à une vitesse moyenne de 130km/h ?