Chapitre

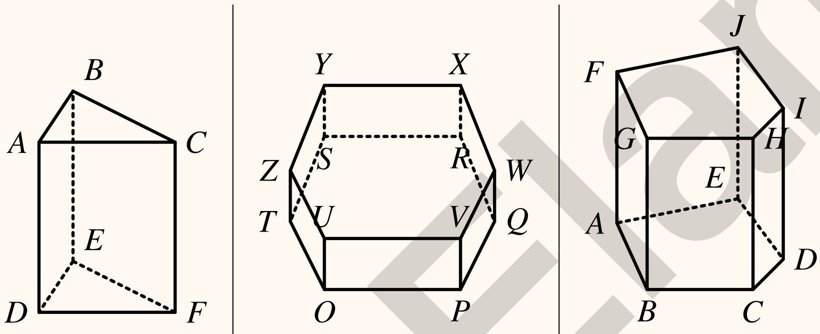
Prisme droit et cylindre

Cours 1AC

I Le prisme droit

Activité

1 Observer bien les trois solides suivants, puis compléter le tableau ci-après



Solide 1 **Solide 2** **Solide 3**

	Nombre de faces	Nombre de sommets	Nombre d'arrêtes
Solide 1			
Solide 2			
Solide 3			

2 a Chaque prisme droit ci dessus a deux faces identiques
Lesquelles ? Quelles autres particularités présentent ces deux faces ?
Ces faces sont appelées les bases du prisme

b Chaque prisme droit ci-dessus a certaines arrêtes de même longueur
Lesquelles ?Quelles autres particularités présentent-elles ?
Ces arrêtes sont appelées les arrêtes latérales du prisme. Leur longueur est appelée la hauteur du prisme

c Chaque prisme droit ci-dessus a certaines arrêtes de même longueur

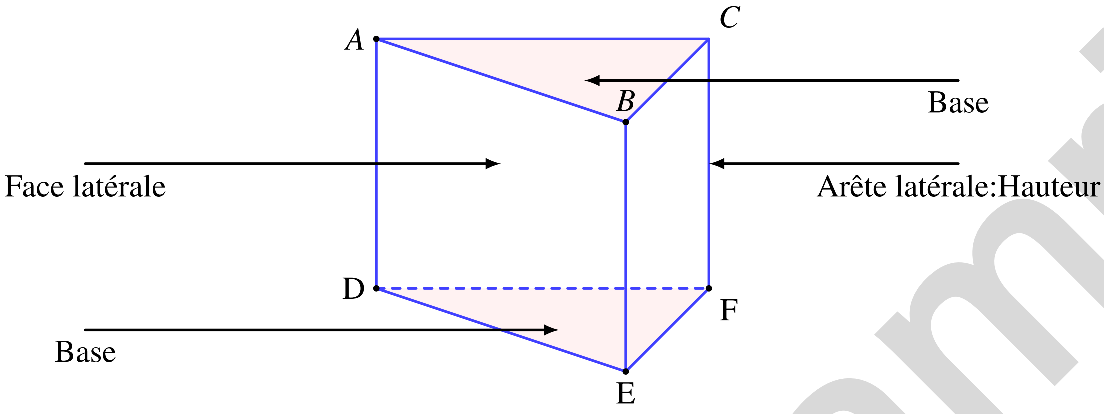
3 a Comment peut-on expliquer l'emploi de l'adjectif 'droit' pour qualifier ces prismes ?

b Quelle est la nature de toutes les faces d'un prisme droit, autres que les deux bases ?
Ces faces sont appelées les faces latérales du prisme

Définition

Un prisme droit est un solide dont :
☆ Deux faces sont des polygones superposables et parallèles, elles sont appelées bases
☆ Les autres faces sont des rectangles, elles sont appelées les faces latérales
☆ Les arrêtes latérales ont la même longueur (la hauteur du prisme droit)

Exemple



Le solide $ABCDEF$ est un prisme droit à base triangulaire
✸ Les deux bases sont : ABC et DEF
✸ Les arêtes latérales sont : $[BE]$, $[AD]$ et $[CF]$
✸ Les faces latérales sont les rectangles : $ABED$, $ADFC$ et $CBEF$

Remarque

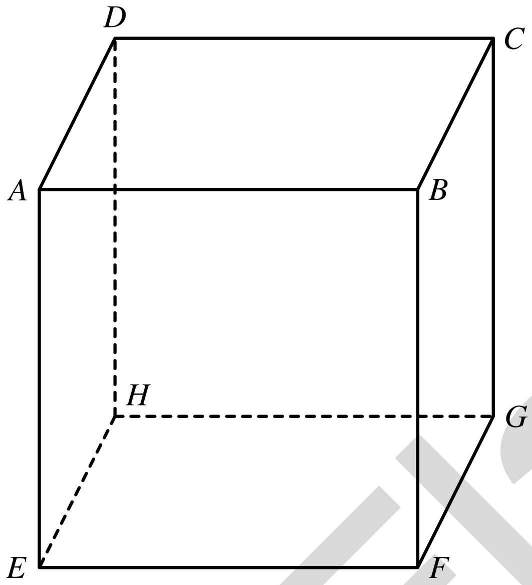
Le nombre de faces latérales est égale au nombre de côtés de polygone de base

1 Patron

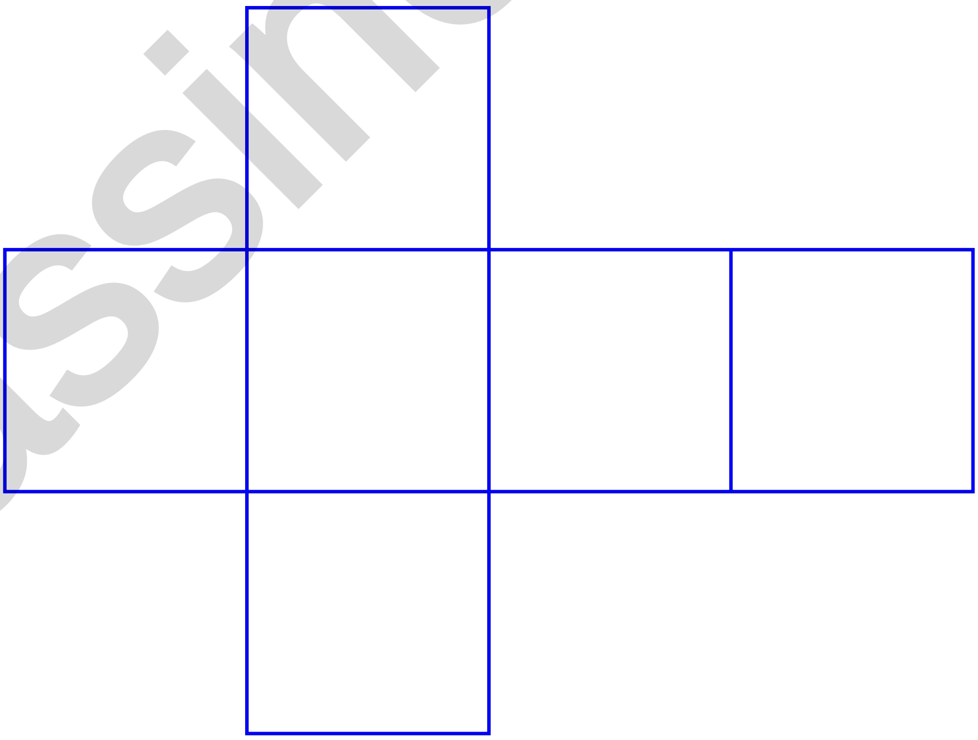
Définition

On appelle patron d'un solide, un dessin qui permet de réaliser ce solide après découpage et collage, sans que deux faces se superposent

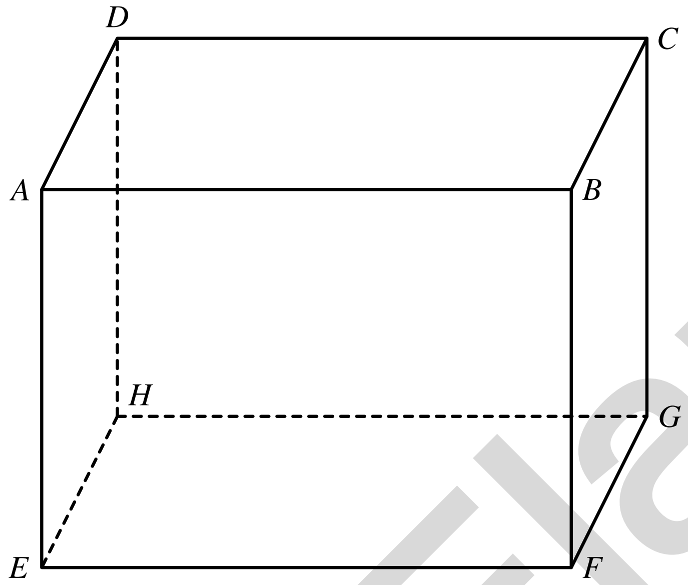
a Prisme droit dont les bases sont des carrés (CUBE)



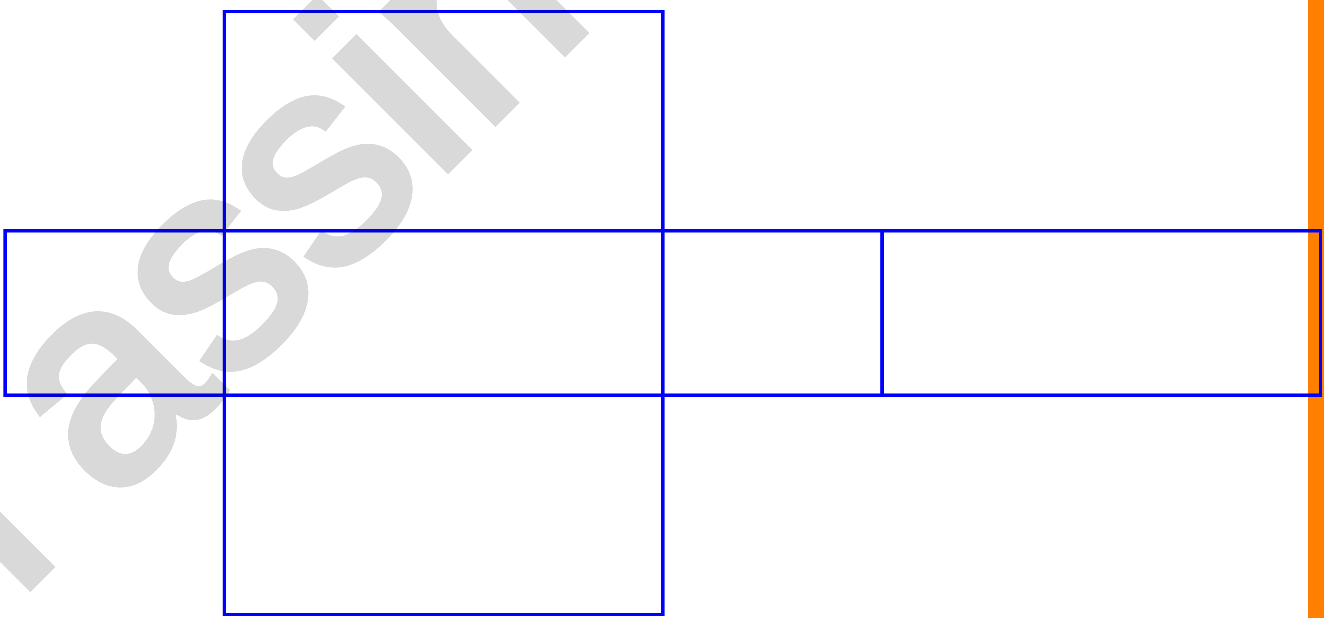
➢ Les deux bases sont les deux carrés : $ABCD$ et $EFGH$
➢ Les arrêts latérales sont : $[BF]$, $[AE]$, $[DH]$ et $[CG]$
➢ Les faces latérales sont les carrés : $ABFE$, $BFGC$, $DCGH$ et $ADHE$
On appelle se prisme Cube
Voici un patron possible pour ce prisme (le cube)



b Prisme droit dont les bases sont des rectangles (Parallélépipède ou Pavé droit)

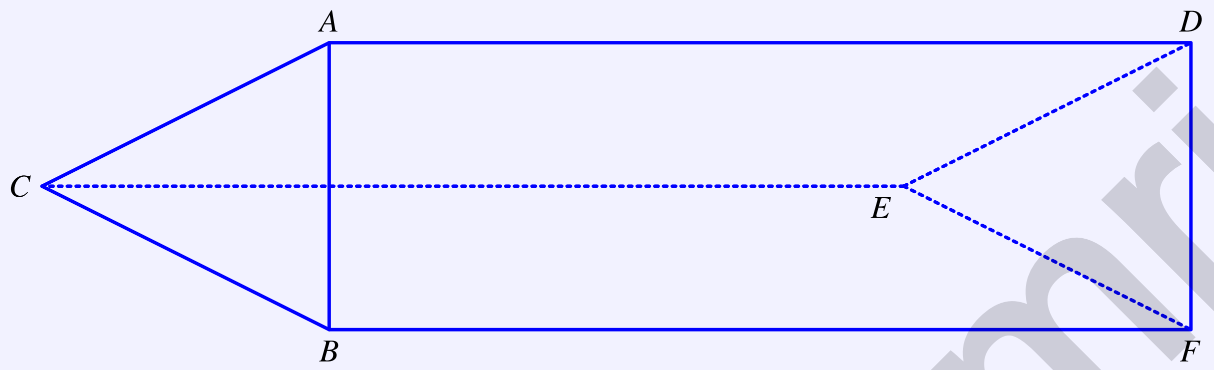


➢ Les deux bases sont les deux carrés : $ABCD$ et $EFGH$
➢ Les arrêts latérales sont : $[BF]$, $[AE]$, $[DH]$ et $[CG]$
➢ Les faces latérales sont les carrés : $ABFE$, $BFGC$, $DCGH$ et $ADHE$
On appelle se prisme Parallélépipède
Voici un patron possible pour ce prisme (le Parallélépipède)



Application

On utilise le prisme droit représenté ci-dessous



1 Citer :

a Les bases

b Les arêtes latérales

c Les faces latérales

2 Citer :

a Deux arêtes de même longueur

b Deux arêtes parallèles

c Deux arêtes perpendiculaire

3 Citer :

a Deux angles droits

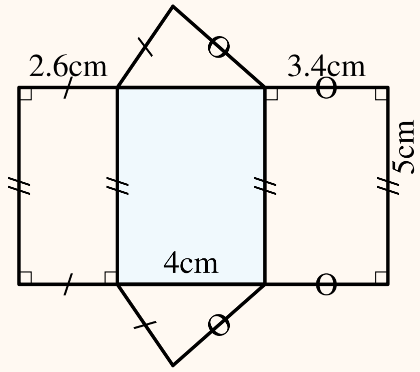
b Deux faces parallèles

c Deux faces perpendiculaires

2 L'aire latérale et le volume

Activité

① Construire en vraie grandeur le patron ci-contre. Le découper et le replier
On obtient un **prisme droit**
② Les deux bases de ce prisme droit sont des faces parallèles. Quelle est leur forme ?
③ Quelle est la forme des autres faces (les faces latérales) ?
④ Calculer la somme des aires des faces latérales.
Cette aire est appelée **l'aire latérale** du prisme droit



Activité

1 a Un cube d'arête $1cm$ est rempli de petits cubes d'arête $1mm$

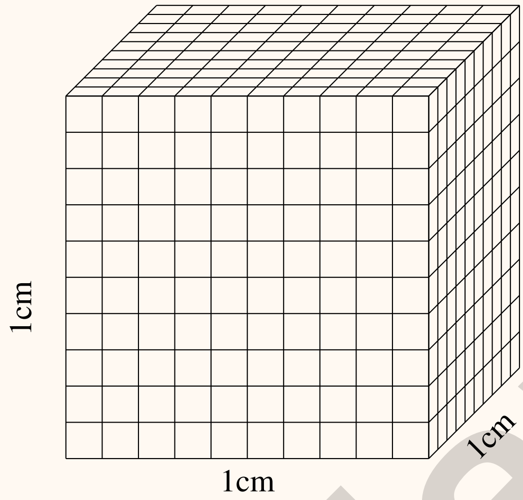


Figure 1

Combien ce cube contient-il de petits cubes ?
Recopier et compléter : $1cm^3 = \ldots\ldots mm^3$

b Un cube d'arête $1dm$ est rempli de cubes d'arête $1cm$
Combien en faut-t-il pour le remplir ?
Recopier et compléter : $1dm^3 = \ldots\ldots cm^3 = \ldots\ldots mm^3$

c Recopier et compléter : $1m^3 = \ldots\ldots dm^3 = \ldots\ldots cm^3 = \ldots\ldots mm^3$

2 Écrire le volume du parallélépipède rectangle ci-après à l'aide d'une seule expression

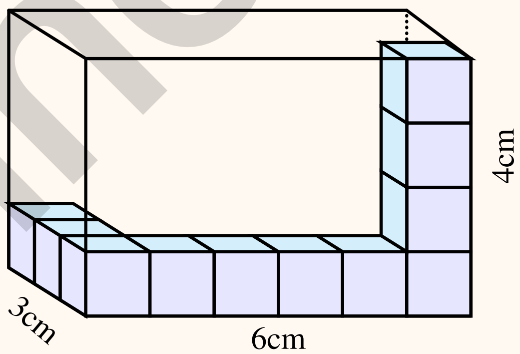


Figure 2

Calculer ce volume en cm^3

3 Un bassin a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimansions $2.5m$, $1.2m$ et $0.8m$
Calculer le volume en m^3 de ce bassin
Donner sa contenance en litres (Rappel : $1L = 1dm^3$)

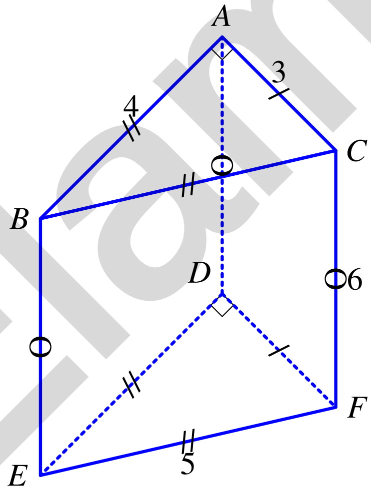
a L'aire latérale d'un prisme droit

Propriété

L'aire latérale d'un prisme droit est l'aire de l'ensemble de ses faces latérales

• Exemple

On considère un prisme droit $ABCDEF$ triangulaire (figure ci-contre)
On a les faces latérales sont les rectangles : $BEFC$, $ACFD$ et $ABED$
➥ L'aire de $BEFC$ est : $\mathrm{A}_{\mathrm{BEFC}} = 6 \times 5 = 30\mathrm{cm}^3$
➥ L'aire de $ACFD$ est : $\mathrm{A}_{\mathrm{ACFD}} = 6 \times 3 = 18\mathrm{cm}^3$
➥ L'aire de $ABED$ est : $\mathrm{A}_{\mathrm{ABED}} = 6 \times 4 = 24\mathrm{cm}^3$
Donc, la surface latérale de ce prisme droit est :
$\mathrm{A}_{\mathrm{L}} = \mathrm{A}_{\mathrm{ACFD}} + \mathrm{A}_{\mathrm{ABED}} + \mathrm{A}_{\mathrm{BEFC}}$
$\mathrm{A}_{\mathrm{L}} = 18 + 30 + 24$
$\mathrm{A}_{\mathrm{L}} = 72\mathrm{cm}^3$



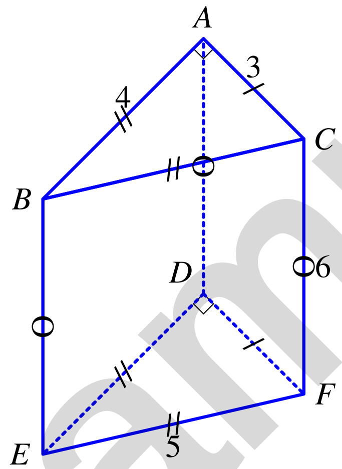
Propriété

L'aire latérale A_{L} d'un prisme droit est égal au produit du périmètre d'une base par la hauteur

$$\boxed{\underbrace{\mathrm{A}_{\mathrm{L}}}_{\text{Aire latérale}} = \underbrace{P_B}_{\text{Périmètre de la base}} \times \underbrace{h}_{\text{Hauteur}}}$$

Exemple

On considère un prisme droit $ABCDEF$ triangulaire
On a la base de ce prisme est le triangle DEF
Son périmètre est : $P_B = 3+4+5$
Donc : $P_B = 12cm$
Et sa hauteur est : $h = 6cm$
Donc, la surface latérale de ce prisme droit est :
$\mathrm{A_L} = \mathrm{P_B} \times \mathrm{h}$
$\mathrm{A_L} = 12 \times 6$
$\mathrm{A_L} = 72\mathrm{cm}^3$



Remarque

La surface totale d'un prisme droit est la somme de sa surface latérale et de la surface des deux bases

$$\boxed{\underbrace{\mathrm{A_T}}_{\text{Aire totale}} = \underbrace{\mathrm{A_L}}_{\text{Aire latérale}} + 2 \times \underbrace{\mathrm{A_B}}_{\text{Aire de la base}}}$$

b Le volume d'un prisme droit

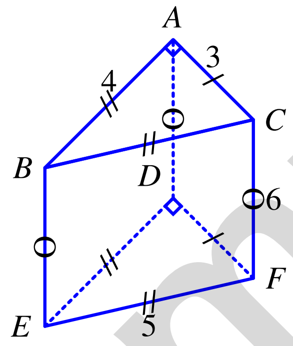
Propriété

Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'aire de la base par la hauteur de ce prisme

$$\boxed{\underbrace{\mathrm{V}}_{\text{Volume}} = \underbrace{\mathrm{A_B}}_{\text{Aire de la base}} \times \underbrace{h}_{\text{Hauteur}}}$$

• Exemple

On considère un prisme droit $ABCDEF$ triangulaire
On a la base de ce prisme est le triangle DEF
Son aire est : $A_B = \dfrac{3\times 4}{2} = 6cm^2$ Et la hauteur de ce prisme est : $h = 6cm$
Donc, le volume de ce prisme droit est : $V = A_B \times h$
$V = 6\times 6 = 36cm^2$



Application

On considère les deux figures suivantes qui représentent deux prismes droits

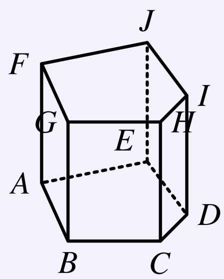


Figure 1

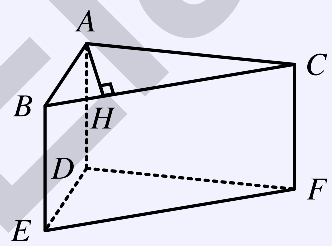


Figure 2

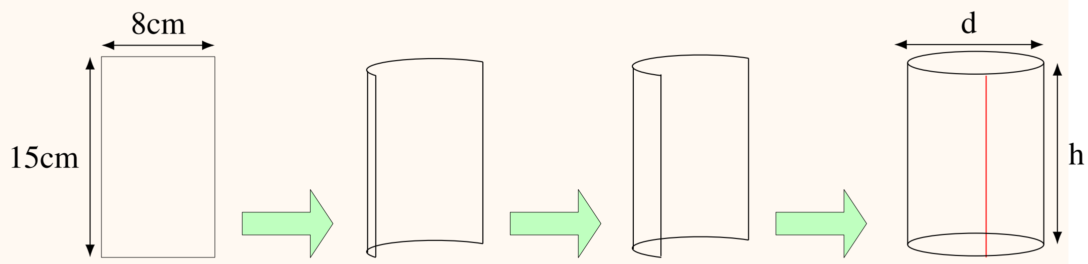
1. Calculer mentalement l'aire latérale représenté ci-contre (Figure 1) sachant que : $AF = 2cm$; $CD = 2cm$; $AB = 3.5cm$; $DE = 1.5cm$; $BC = 3cm$ et $AE = 1cm$
2. Calculer le volume du prisme droit ci-contre (Figure 2) sachant que : $BC = 4cm$; $AH = 1.5cm$ et $BE = 2cm$

II Cylindre de révolution

Activité

Nous allons construire le patron d'une tirelire cylindrique

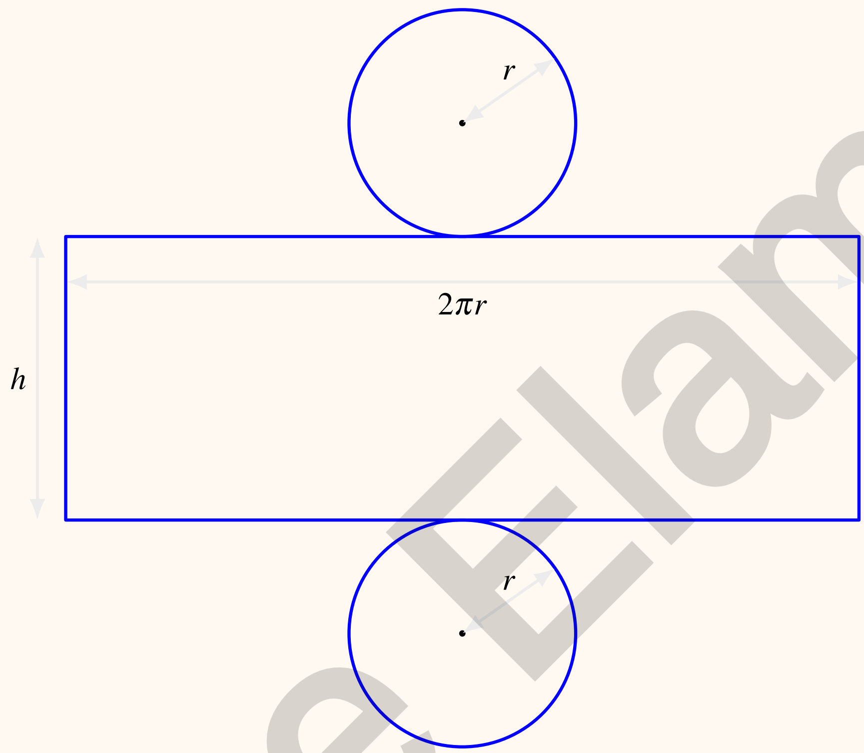
1. a. Au milieu d'une feuille, tracer un rectangle de 15cm de long et 8cm de large



   b. Quelle sera la hauteur de la tirelire ?
2. a. Quel est le périmètre de la base de la tirelire ?

b Trouver, par calcul, une valeur approchée du diamètre du cylindre de la tirelire

3 Construire les deux bases de la tirelire de chaque côté du rectangle



4 Découper le patron de la tirelire (le cylindre de révolution) et assembler ses différentes faces

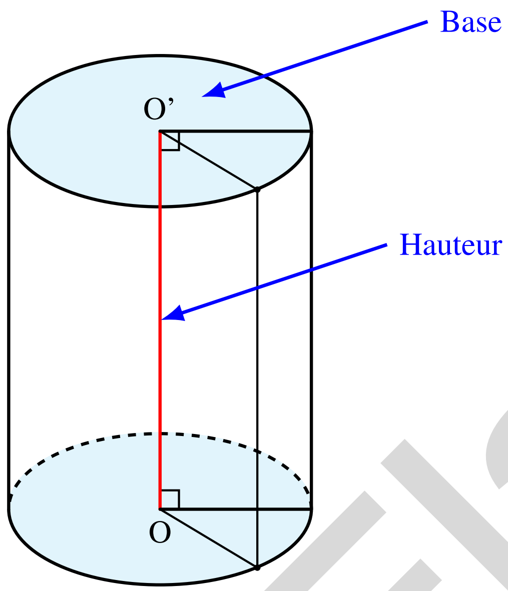
Définition

Un cylindre de révolution est un solide dans lequel :

➥ Les deux bases sont des disques superposables

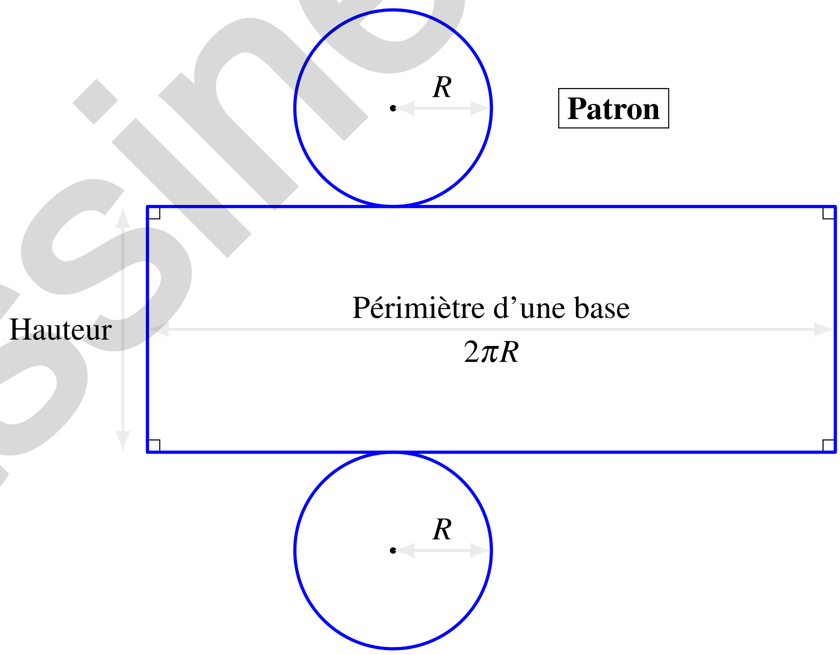
➥ La surface latérale est un rectangle enroulé autour des bases

• Exemple



☆ La hauteur du cylindre est la longueur du segment qui joint les centres des deux disques de bases

1 Patron d'un cylindre de révolution



2 L'aire latérale et le volume d'un cylindre

a L'aire latérale d'un cylindre de révolution

Propriété

L'aire latérale d'un cylindre de révolution s'obtient en multipliant le périmètre de sabase par la hauteur

$$\boxed{\underbrace{\mathrm{A_L}}_{\text{Aire latérale}} = \underbrace{P_B}_{\text{Périmètre de la base}} \times \underbrace{h}_{\text{Hauteur}}}$$

• Exemple

Calculons l'aire latérale du cylindre (figure ci-contre)

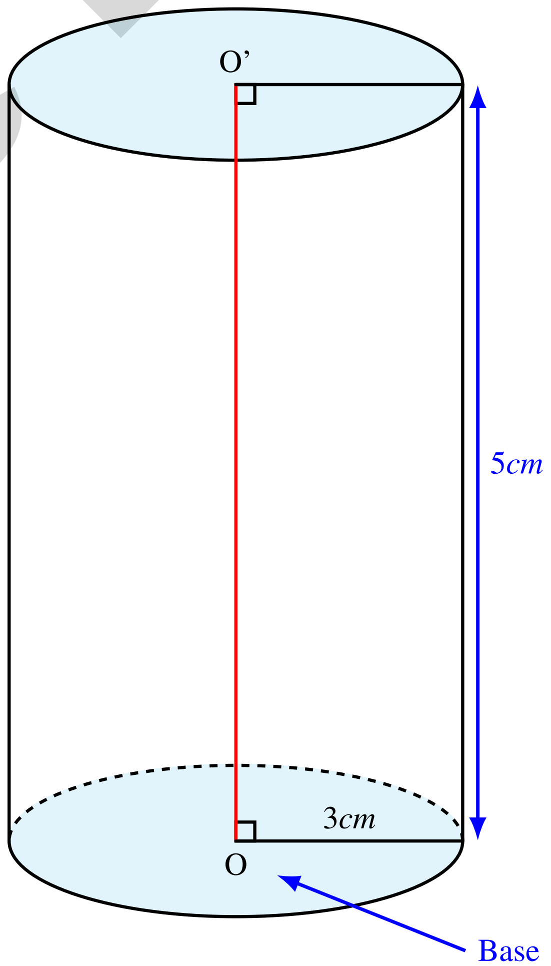
On a le périmètre de la base est :

$$\begin{aligned} P_B &= 2 \times \pi \times r \\ P_B &= 2 \times 3.14 \times 3 \\ P_B &= 18.84cm^2 \end{aligned}$$

Et la hauteur du cylindre est : $h = 5cm$

Donc, la surface latérale de ce cylindre est :

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= P_B \times h \\ \mathrm{A} &= 18.84 \times 5h \\ \mathrm{A} &= 94.2cm^3 \end{aligned}$$



Remarque

La surface totale d'un cylindre de révolution est la somme de sa surface latérale et la surface de ses deux bases

$$\boxed{\underbrace{A_T}_{\text{Aire totale}} = \underbrace{A_L}_{\text{Aire latérale}} + 2\times \underbrace{A_B}_{\text{Aire de la base}}}$$

b Le volume d'un cylindre de révolution

Propriété

Le volume d'un cylindre de révolution est égal au produit de l'aire de la base par la hauteur du cylindre

$$\boxed{\underbrace{V}_{\text{Volume}} = \underbrace{A_B}_{\text{Aire de la base}} \times \underbrace{h}_{\text{Hauteur}}}$$

• Exemple

Calculons le volume de ce cylindre

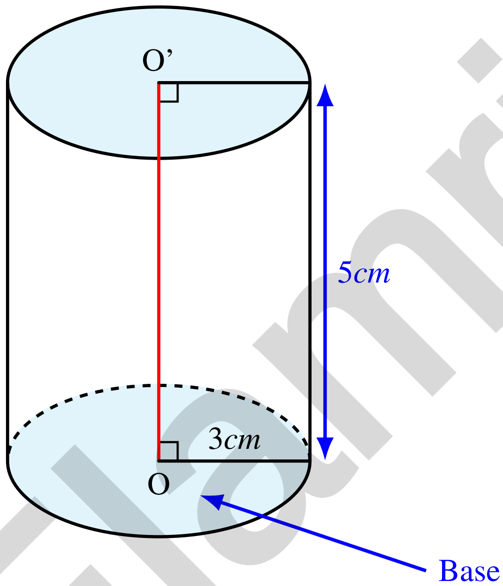
On a l'aire de la base est :

$$A = \pi \times r \times r$$
$$A = 3.14 \times 3 \times 3$$
$$A = 28.26cm^2$$

Et la hauteur du cylindre est : $h = 5cm$

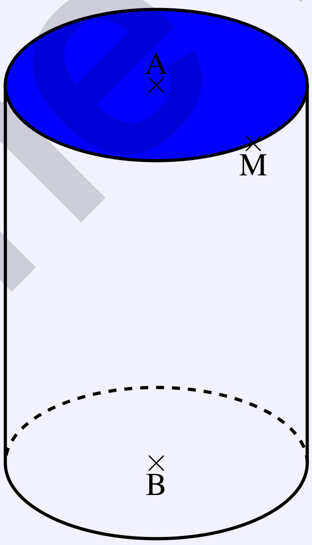
Donc le volume du cylindre de révolution est :

$$V = A \times h$$
$$V = 28.26 \times 5$$
$$V = 141.3cm^3$$



Application

Voici une représentation en perspective cavalière d'un cylindre de révolution



1. En réalité, quelle est la forme de la base en bleu ?
2. Nommer la hauteur de ce cylindre
3. Si $AM = 4cm$ et $AB = 7cm$, quel est le rayon de la base de centre B ?
4. Donner la valeur exacte de l'aire latérale de ce cylindre de révolution, ainsi que celle de son aire totale
5. Donner la valeur exacte du volume de ce cylindre de révolution

Solution

1. Un disque
2. $h = AB$
3. $r = AM = 4cm$
4. $A = 2 \times 7 \times \pi = 43.96cm^2$
5. $V = 351.68cm^3$