

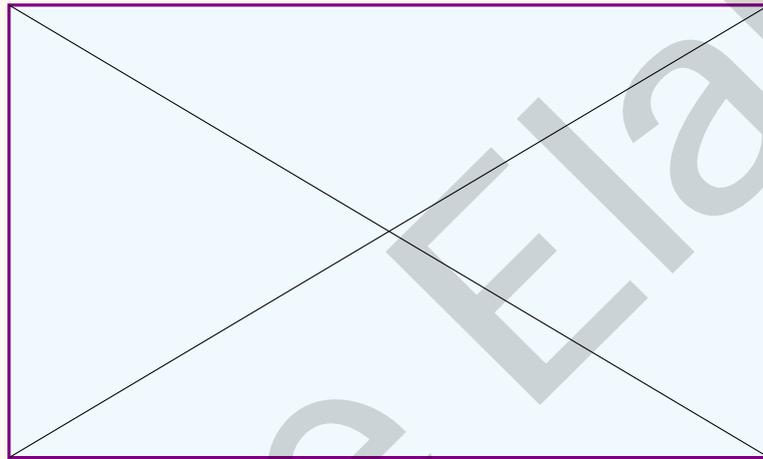
# Quadrilatères particuliers



## Le rectangle

### Activité

Retrouver les propriétés sur les côtés, les angles et les diagonales d'un rectangle  
Faire un dessin pour illustrer vos réponse



### Rectangle :

- Sur les côtés : .....
- Sur les angles : .....
- Sur les diagonales : .....

**Expliquer pourquoi un rectangle est un parallélogramme**

### Activité

- Construire un parallélogramme  $ABCD$  tel que :  $\widehat{BAD} = 90^\circ$ 
  - Montrer que  $ABCD$  est un rectangle
  - En déduire que  $AC = BD$
- Construire un parallélogramme  $ABCD$  tel que :  $AC = BD$ 
  - Construire le point  $E$  symétrique de  $A$  par rapport à  $B$
  - Montrer que le quadrilatère  $BDCE$  est un parallélogramme
  - En déduire que  $EC = AC$  et que  $\widehat{ABC} = 90^\circ$
  - Montrer que  $ABCD$  est un rectangle

### Définition

Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits

### • Exemple



★ Le quadrilatère  $ABCD$  est un rectangle

### Remarque

Un rectangle a toutes les propriétés d'un parallélogramme

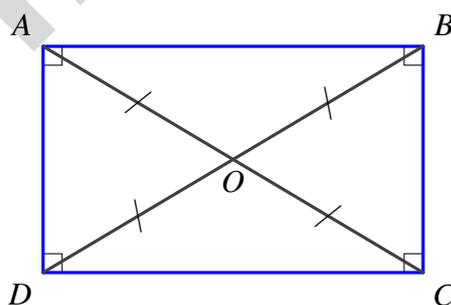
## 1 Propriétés

### Propriété

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales se coupent en leur milieu et **ont la même mesure**

### • Exemple

Soit  $ABCD$  un rectangle

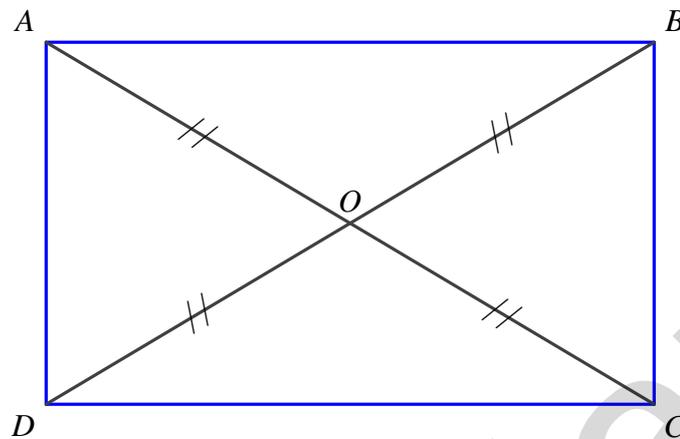


Donc ses deux diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en leur milieu  $O$  et ont la même longueur :  
 $AC = BD$

Et on a :  $OA = OB = OC = OD$

### Propriété

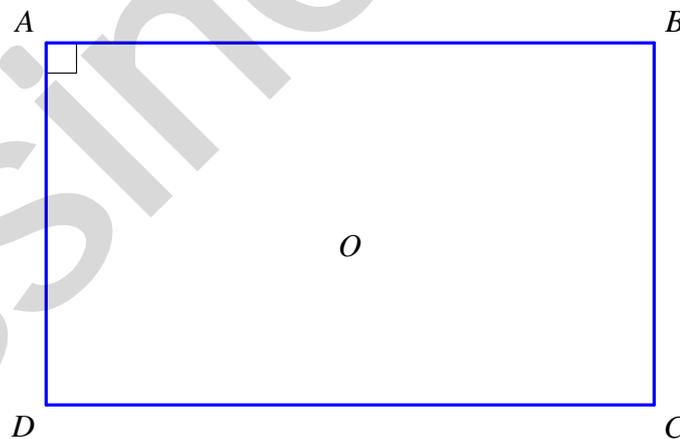
Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle

**Exemple**

$ABCD$  est un parallélogramme tel que :  $AC = BD$   
Donc le parallélogramme  $ABCD$  est un rectangle

**Propriété**

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle

**Exemple**

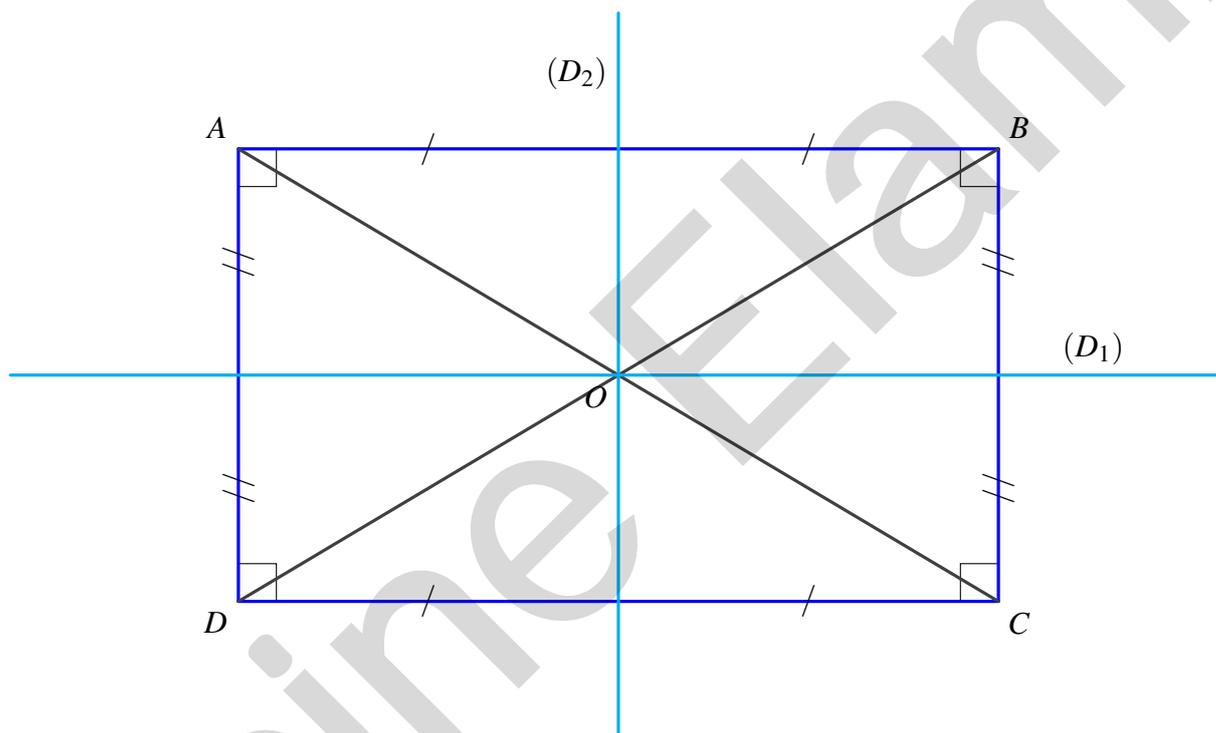
$ABCD$  est un parallélogramme et  $\widehat{BAD}$  est un angle droit  
Donc :  $ABCD$  est un rectangle

## 2 Axe de symétrie d'un rectangle

### Propriété

Un rectangle a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés opposés, et un seul centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses diagonales

### Exemple



Les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont les deux axes de symétrie du rectangle  $ABCD$   
Le point  $O$  est le centre de symétrie du rectangle  $ABCD$

### Application

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$ , et  $I$  le milieu du segment  $[BC]$

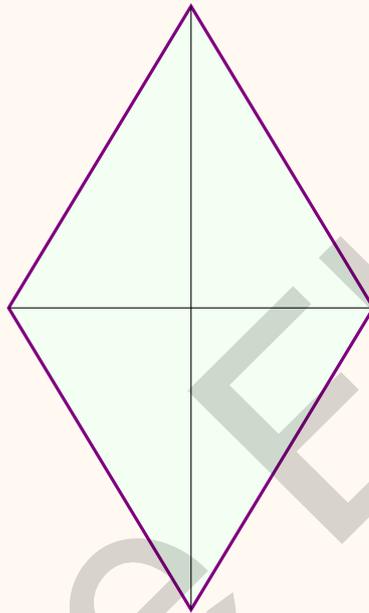
- 1 Construire le point  $D$  le symétrique du point  $A$  par rapport à  $I$
- 2 Montrer que le quadrilatère  $ABDC$  est un rectangle



## Le losange

### Activité

Retrouver les propriétés sur les côtés, les angles et les diagonales d'un losange  
Faire un dessin pour illustrer vos réponse



**Losange :**

- a) Sur les côtés : .....
- b) Sur les angles : .....
- c) Sur les diagonales : .....

**Expliquer pourquoi un losange est un parallélogramme**

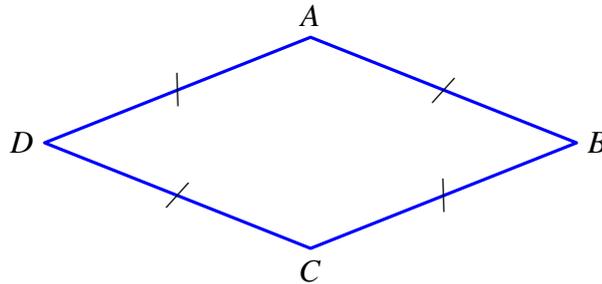
### Activité

- 1 Construire un parallélogramme  $MNRS$  tel que :  $MN = NR$ 
  - a Montrer que le quadrilatère  $MNRS$  est un losange
  - b En déduire que  $(MR) \perp (NS)$  et que  $\widehat{ABC} = 90^\circ$
- 2 Construire un parallélogramme  $MNRS$  tel que :  $(MR) \perp (NS)$ 
  - a Montrer que  $NM = NR$  est un rectangle
  - b En déduire que le quadrilatère  $MNRS$  est un losange

### Définition

Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur

### • Exemple



- ★ On a :  $AB = BC = CD = DA$
- ★ Le quadrilatère  $ABCD$  est un losange

### Remarque

Un losange a toutes les propriétés d'un parallélogramme

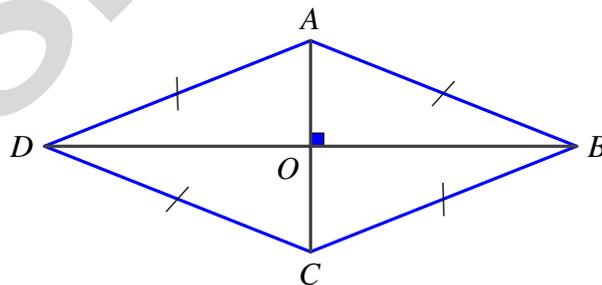
## 1 Propriétés

### Propriété

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales se coupent en leur milieu et **sont perpendiculaire**

### • Exemple

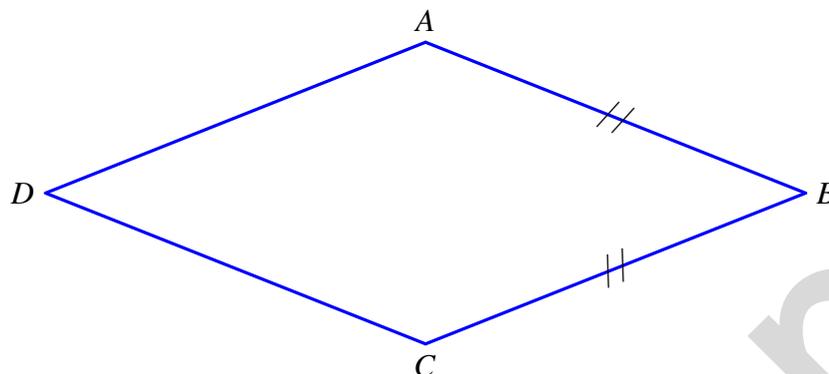
Soit  $ABCD$  un losange



Donc ses deux diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en leur milieu  $O$  et sont perpendiculaires  
 Et on a :  $OA = OC$  et  $OB = OD$   
 Et on a :  $(AC) \div (BD)$

### Propriété

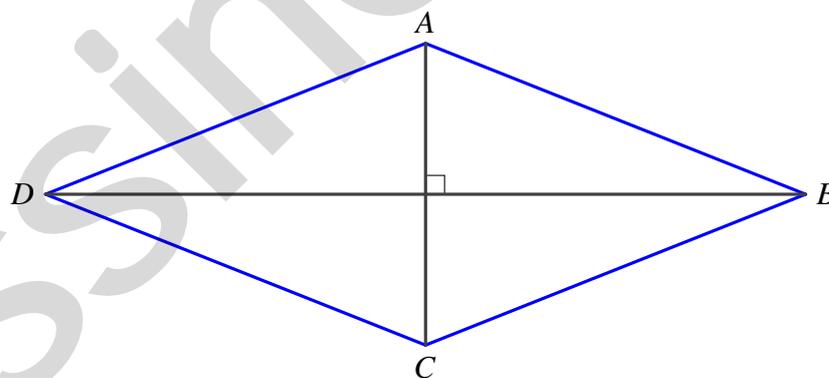
Si un parallélogramme a ses deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange

**• Exemple**

$ABCD$  est un parallélogramme et de plus :  $AB = BC$   
Ses côtés opposés ont donc la même longueur :  $DC = AB$  et  $BC = AD$   
Donc :  $AB = BC = CD = DA$   
Alors le quadrilatère  $ABCD$  a ses côtés de même longueur, c'est donc un losange

**Propriété**

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange

**• Exemple**

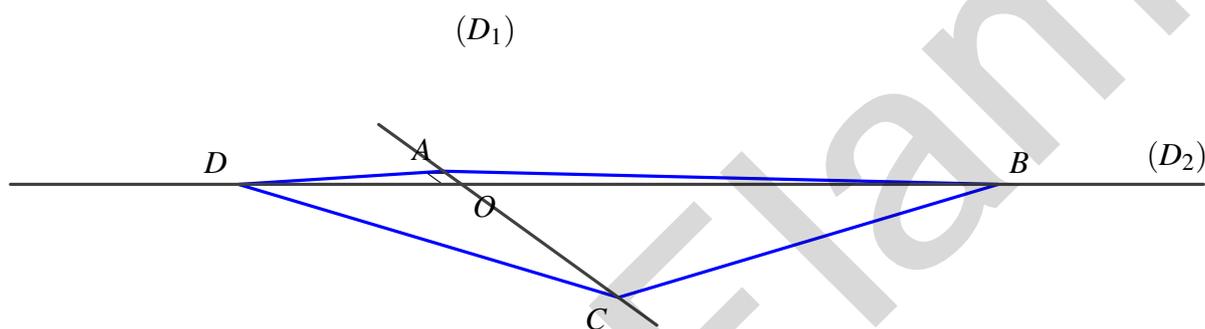
$ABCD$  est un parallélogramme  
Ses diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  sont perpendiculaires  
Donc : le parallélogramme  $ABCD$  est un losange

## 2 Axe de symétrie d'un rectangle

### Propriété

Un losange a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales, et un seul centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses diagonales

### Exemple



Les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont les deux axes de symétrie du losange  $ABCD$   
Le point  $O$  est le centre de symétrie du losange  $ABCD$

### Application

Soit  $ABC$  un triangle isocèle en  $A$ , et  $M$  le milieu du segment  $[BC]$

- 1 Construire le point  $E$  le symétrique du point  $A$  par rapport à  $M$
- 2 Montrer que le quadrilatère  $ABEC$  est un losange

### Application

Soit  $AHB$  un triangle rectangle en  $H$

Soit  $C$  le symétrique du point  $A$  par rapport au point  $H$

Soit  $D$  le symétrique du point  $B$  par rapport au point  $H$

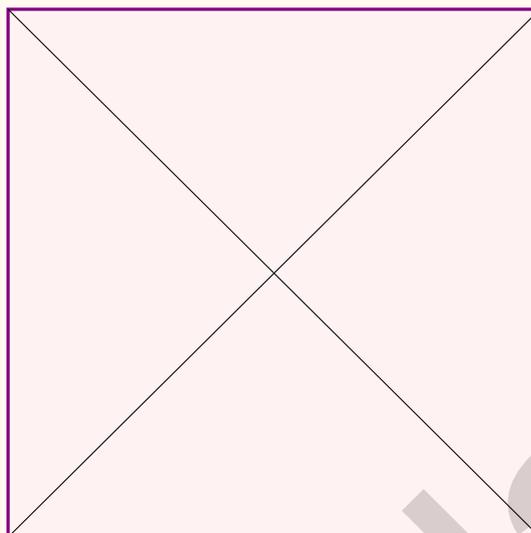
- 1 Construire une figure
- 2 Montrer que  $ABCD$  est un losange



## Le carré

### Activité

Retrouver les propriétés sur les côtés, les angles et les diagonales d'un carré  
Faire un dessin pour illustrer vos réponse

**Carré :**

- a) Sur les côtés : .....
- b) Sur les angles : .....
- c) Sur les diagonales : .....

**Expliquer pourquoi un losange est un parallélogramme**

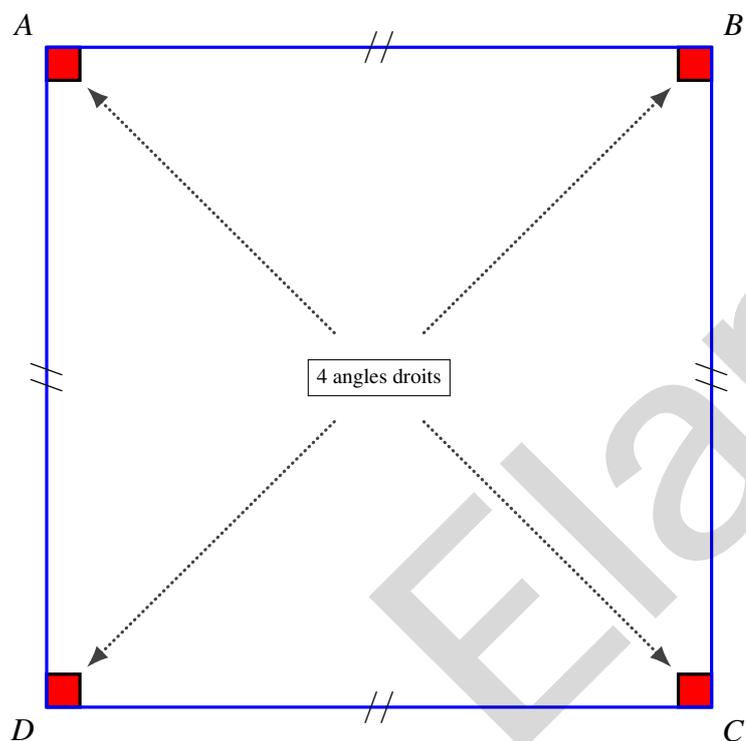
**Activité**

- 1 Construire un parallélogramme  $ABCD$  tel que :  $AB = BC$  et  $\widehat{ABC} = 90^\circ$ 
  - a Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$
  - b Montrer que :  $(AC) \div (BD)$  et  $AC = BD$
- 2 Construire un parallélogramme  $ABCD$  tel que :  $(AC) \div (BD)$  et  $AC = BD$ 
  - a Montrer que :  $AB = BC$  et  $\widehat{ABC} = 90^\circ$
  - b En déduire que le quadrilatère  $ABCD$  est un carré

**Définition**

Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits et quatre côté de même longueur

### • Exemple



★ Le quadrilatère  $ABCD$  est un carré

### Remarque

- ★ Un carré est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange
- ★ Un carré a toutes les propriétés d'un parallélogramme, d'un rectangle et d'un losange

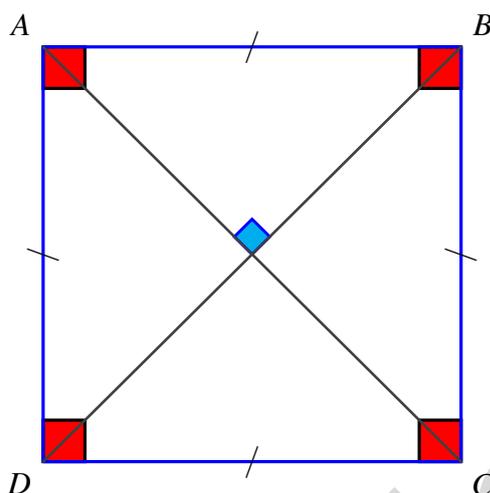
## 1 Propriétés

### Propriété

Si un quadrilatère est un carré, alors ses deux diagonales ont la même longueur et **sont perpendiculaire**

### • Exemple

Soit  $ABCD$  un carré

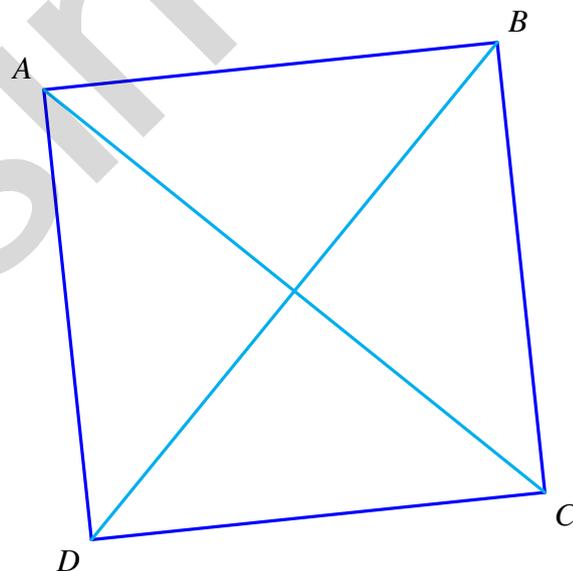


Donc ses deux diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  ont la même longueur et sont perpendiculaires  
Et on a :  $AC = BD$  et  $(AC) \perp (BD)$

### Propriété

Si un quadrilatère est un losange qui a ses deux diagonales de même longueur, alors c'est un carré

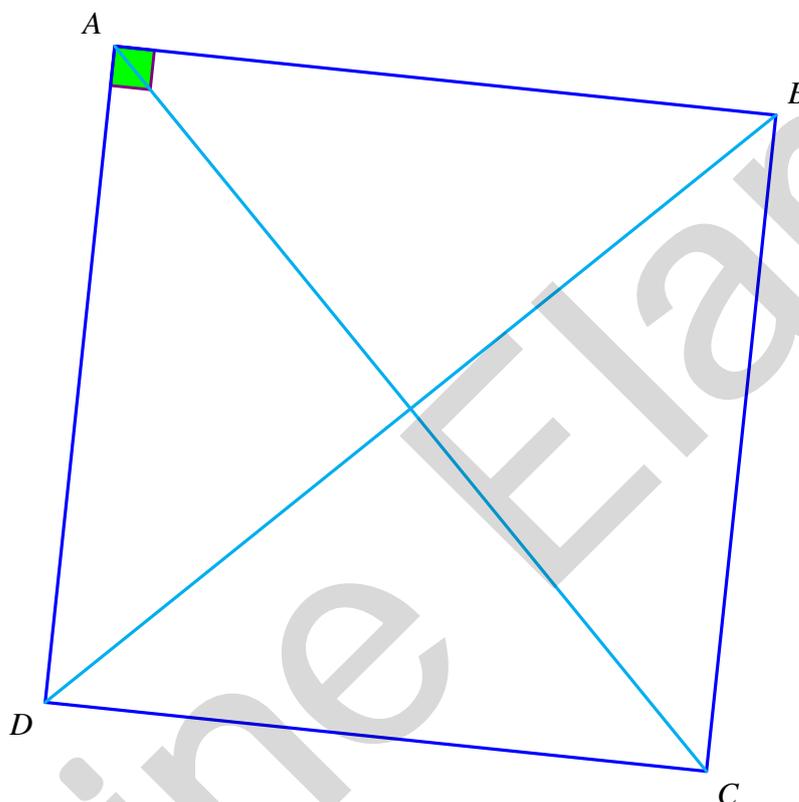
### • Exemple



$ABCD$  est un losange et de plus :  $AC = BD$   
Alors le quadrilatère  $ABCD$  est donc un carré

**Propriété**

Si un losange a un angle droit, alors c'est un carré

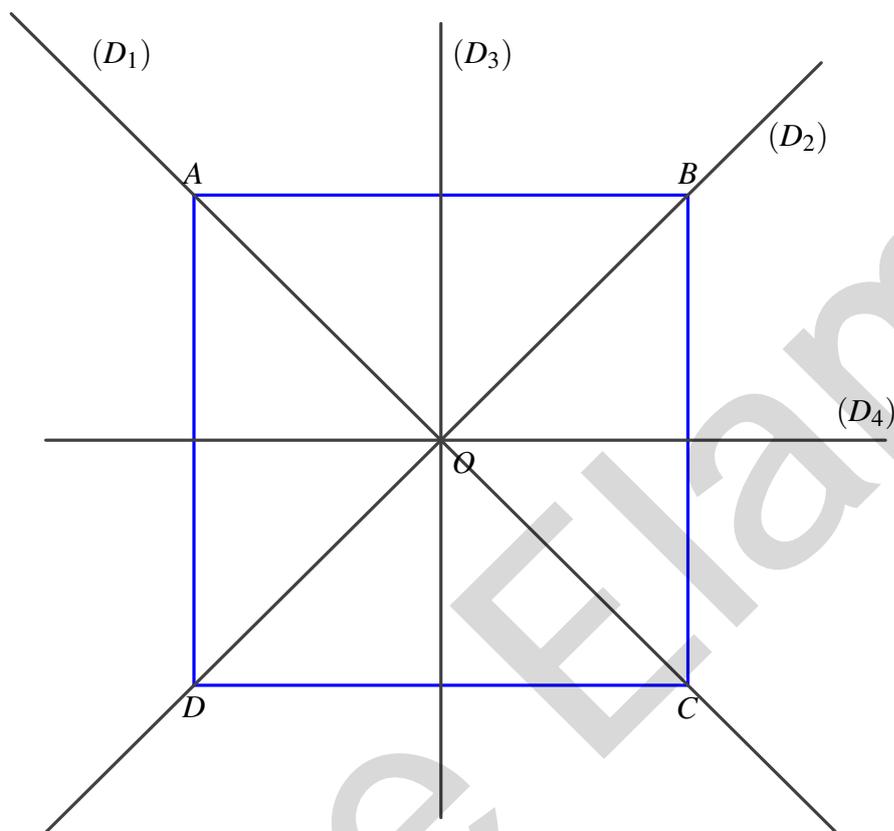
**Exemple**

$ABCD$  est un losange et de plus :  $\widehat{DAB} = 90^\circ$

Donc :  $ABCD$  est donc un carré

**2 Axe de symétrie d'un rectangle****Propriété**

Un carré a quatre axes de symétrie, qui sont les médiatrices de ses côtés opposés, et ses deux diagonales, et un seul centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses deux diagonales

**Exemple**

Les droites  $(D_1)$ ,  $(D_2)$ ,  $(D_3)$  et  $(D_4)$  sont les quatre axes de symétrie du carré  $ABCD$   
Le point  $O$  est le centre de symétrie du carré  $ABCD$

**Application**

Soit  $ABC$  un triangle rectangle et isocèle en  $A$

Soit  $I$  le milieu du segment  $[BC]$

Soit  $D$  le symétrique du point  $A$  par rapport au point  $I$

- 1 Construire une figure
- 2 Montrer que  $ABCD$  est un carré