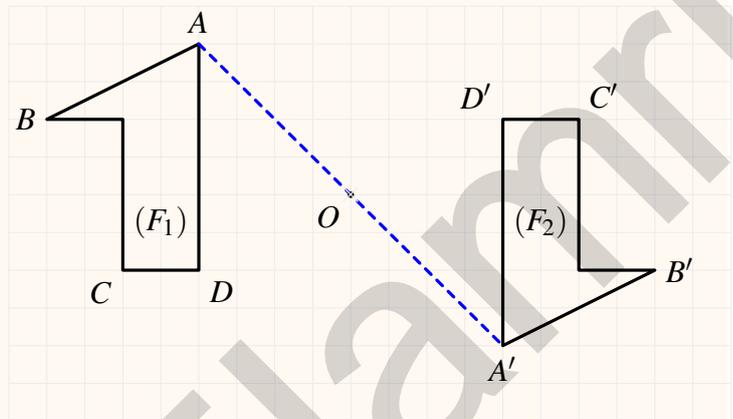


La symétrie centrale

Activité

- 1 En utilisant le quadrillage du cahier, reproduire la figure ci-contre
Le point O est le milieu du segment $[AA']$
- 2
 - a Tracer les segments $[DD']$, $[CC']$ et $[BB']$
 - b Que remarque-t-on ?



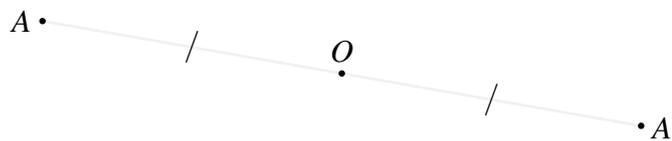
Reproduire la figure (F_1) , le segment $[AA']$ et le point O sur du **papier calque**. Poser la figure (F_1) du calque sur la figure (F_1) du cahier, fixer le point O avec la **pointe du compas**, ensuite faire **tourner** la calque de telle manière que le point A du calque soit sur le point A' du cahier. On dit que les figures (F_1) et (F_2) **sont superposables**. La figure (F_2) est **le symétrique** de (F_1) par rapport au point O .

Le symétrique d'un point

Définition

Les points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment $[AA']$.

Exemple



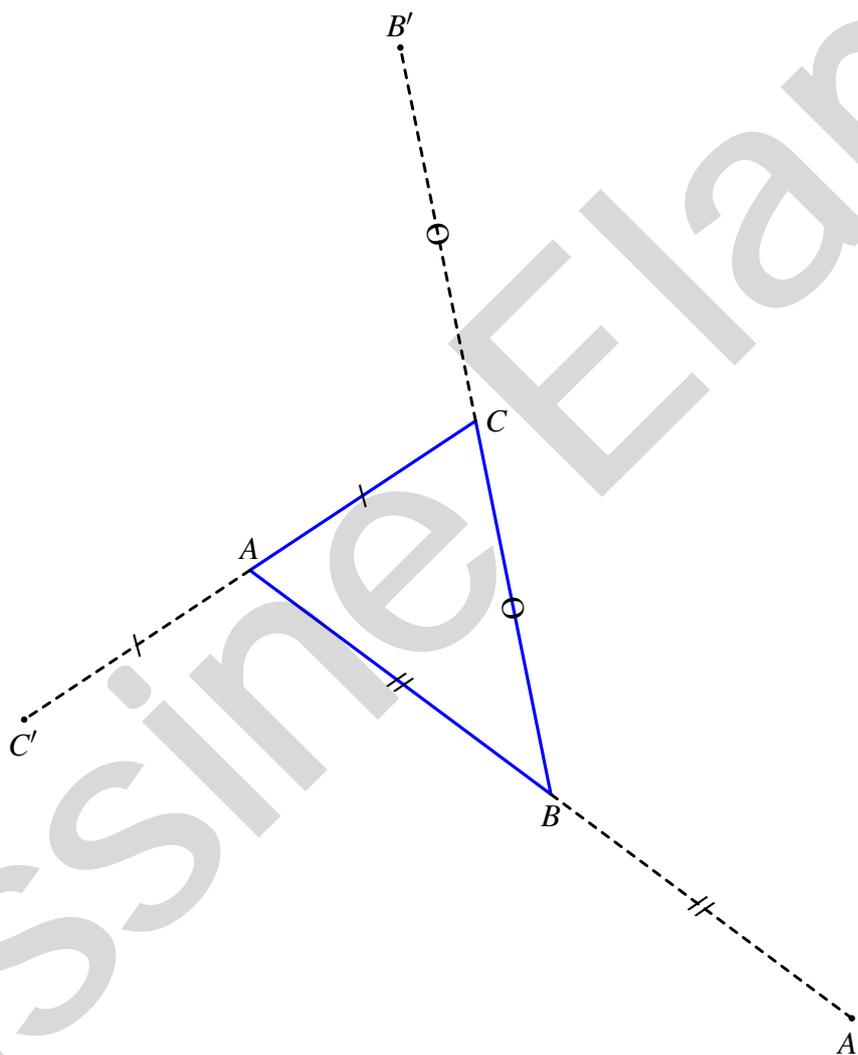
- * Le symétrique du point A par rapport à O est le point A'
- * Le symétrique du point A' par rapport à O est le point A
- * Les points A et A' sont symétriques par rapport à O

Remarque

Le symétrique du point O par rapport à O est le point O lui-même

ApplicationSoit ABC un triangle

- 1 Construire le point A' le symétrique du point A par rapport au point B
- 2 Construire le point B' le symétrique du point B par rapport au point C
- 3 Construire le point C' le symétrique du point C par rapport au point A

Solution**Le symétrique d'un segment****Activité**

- 1 Construire un segment $[AB]$ et un point O qui n'appartient pas à la droite (AB)
- 2 Construire A' le symétrique de A par rapport à O
- 3 Construire B' le symétrique de B par rapport à O

4 Comparer AB et $A'B'$

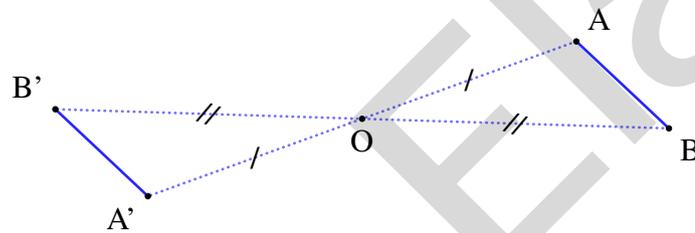
Propriété

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à un point O est un segment de même longueur avec A' et B' sont les symétriques respectives de A et B par rapport au point O

Propriété

La symétrie centrale conserve les longueurs

• Exemple



On a :

* Le point A' est le symétrique du point A par rapport au point O

* Le point B' est le symétrique du point B par rapport au point O

Alors : le symétrique du segment $[AB]$ est le segment $[A'B']$

Donc : $AB = A'B'$

Application

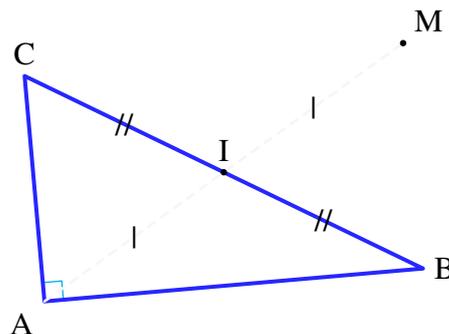
Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB = 5\text{cm}$ et I le milieu du segment $[BC]$

1 Construire le point M , le symétrique du point A par rapport au point I

2 Déterminer la longueur du segment $[CM]$

Solution

1 Construisons une figure

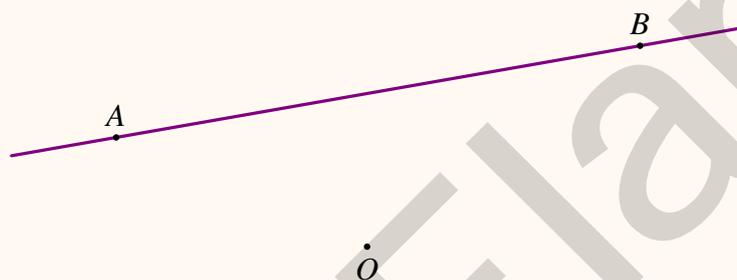


$$2 \quad CM = AB = 5\text{cm}$$

Le symétrique d'une droite

Activité

1 Refaire la figure ci-dessous



2 Construire les points A' et B' les symétriques respectives des point A et B par rapport à O

3 Soit M un point de la droite (AB) autre A et B

a Construire le point M' le symétrique de M par rapport à O

b Queremarque-t-on sur les points A' , B' et M'

c Compléter :

○ Les symétriques de trois points alignés par rapport à un point sont

○ On dit que la symétrie centrale conserve

4 a Quel est le symétrique de la droite (AB) par rapport au point O

b Que peut-on dire des deux droites (AB) et $(A'B')$?

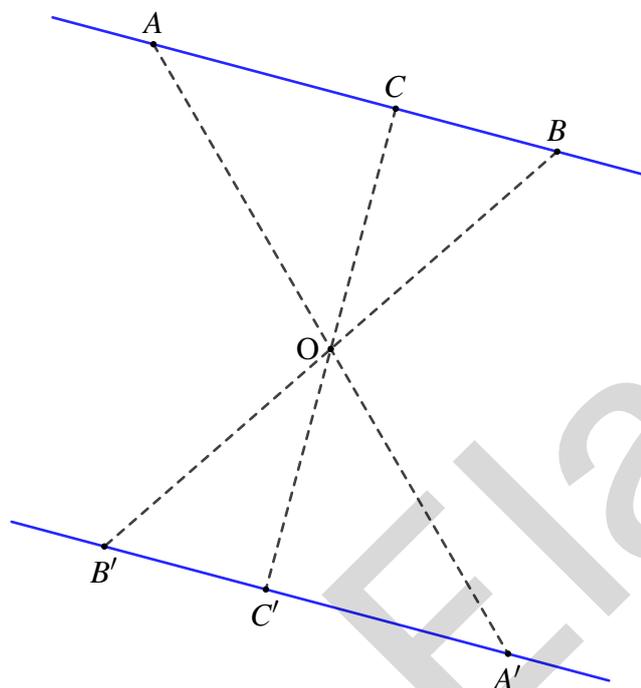
c Compléter :

Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une

1 Le symétrique de points alignés

Propriété

La symétrie centrale conserve l'alignement des points

• Exemple

Les trois points A , B et C sont alignés, alors leurs symétriques, les points A' , B' et C' par rapport au point O sont alignés

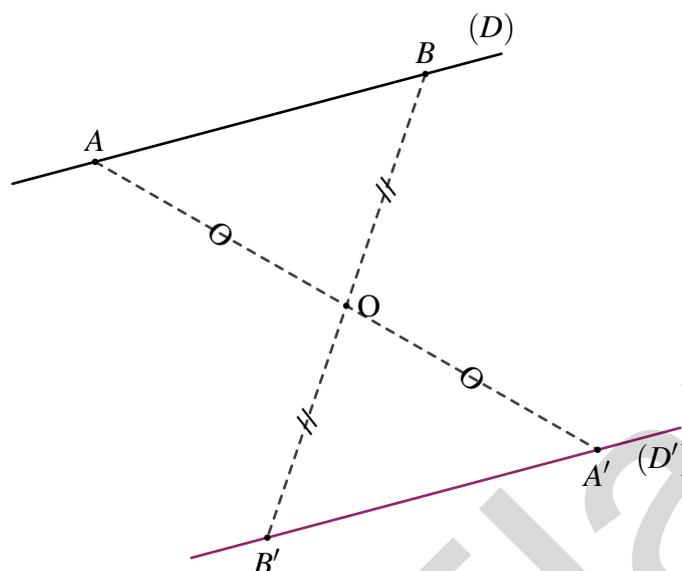
2 Le symétrique d'une droite**Propriété**

Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle à cette droite

• Exemple

Soit (D) une droite et O un point tel que : $O \notin (D)$

Pour construire la droite (D') , le symétrique de la droite (D) par rapport au point O , on prend deux points M et N qui appartiennent à la droite (D) , et on construit leurs symétriques par rapport au point O



La droite (D') est parallèle à la droite (D)

Application

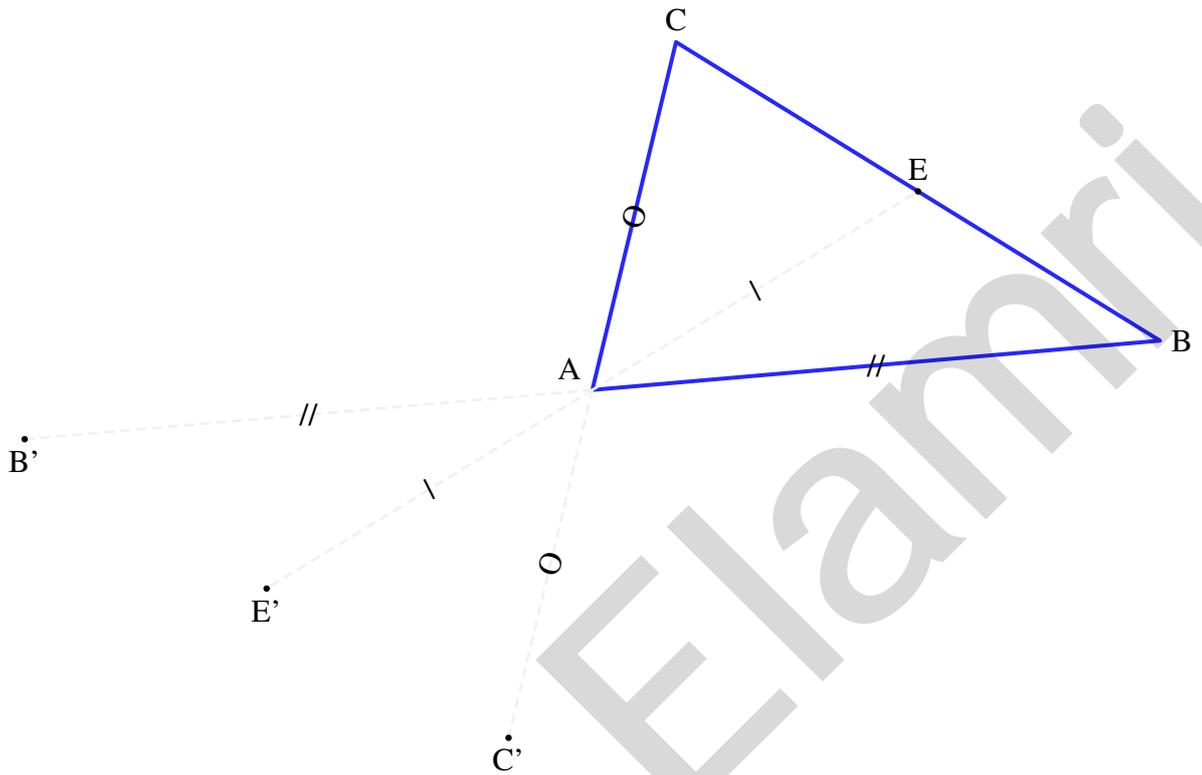
Soit ABC un triangle tel que : $AB = 7\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 60^\circ$

Soit E un point du segment $[BC]$

- 1 Construire E' , C' et B' les symétriques respectifs de E , C et B par rapport au point A
- 2 Déterminer le symétrique de la droite (BC) par rapport au point A . Justifier ta réponse
- 3 Que peut-on dire des points E' , B' et C' ? Justifier ta réponse

Solution

- 1 La figure



- 2 Le symétrique de (BC) est $(B'C')$
- 3 Les points B' , C' et E' sont alignés

3 Le symétrique d'une demi-droite

Activité

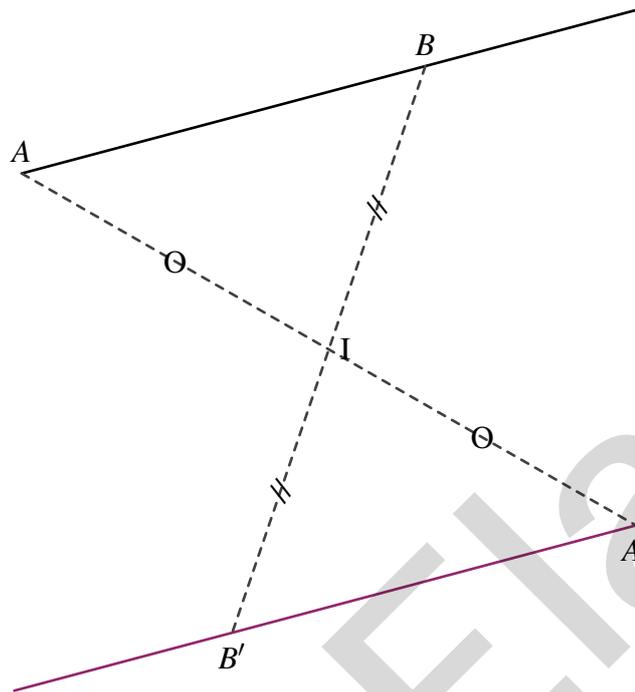
- 1 Tracer une demi-droite $[MN)$
- 2 Soit I un point qui n'appartient pas à la demi-droite $[MN)$
Construire E et F les symétriques respectifs de M et N par rapport à I
- 3 Quel est le symétrique de la demi-droite $[MN)$ par rapport à I ?
- 4 Que peut-on dire des demi-droites $[MN)$ et $[EF)$?
- 5 Compléter : Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une

Propriété

Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une demi-droite parallèle

• Exemple

Soit $[AB)$ une demi-droite

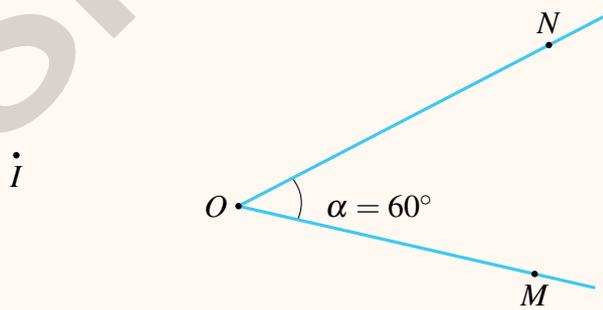


La demi-droite $[A'B')$ est parallèle à la demi-droite $[AB)$

IV Le symétrique d'un angle

Activité

On considère l'angle \widehat{MON} de mesure 40° , et I est un point (voir la figure suivante)

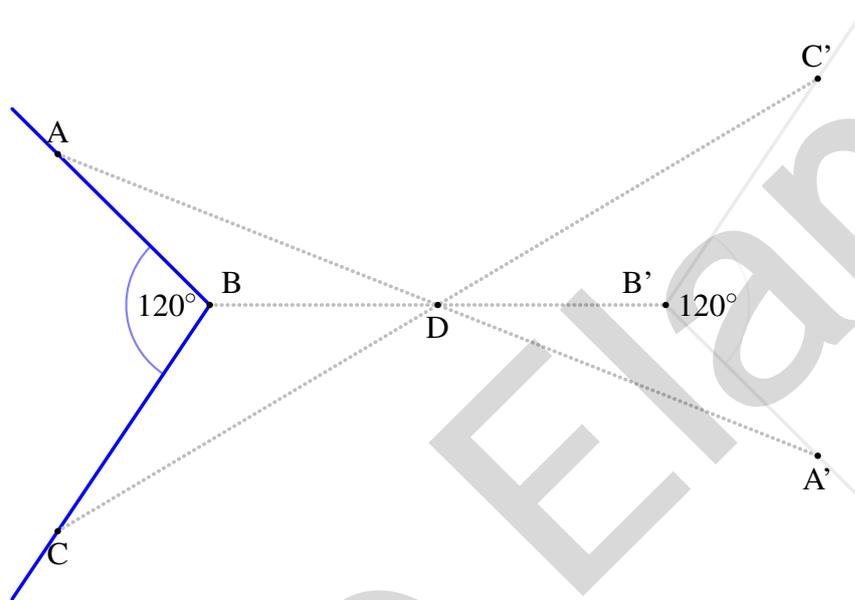


- 1 Construire les points O' , M' et N' les symétriques respectifs des points O , M et N par rapport au point I
- 2 Quel est le symétrique de l'angle \widehat{MON} par rapport au point I ?
- 3 En utilisant le **rapporateur**, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{M'O'N'}$
- 4 Compléter :
 - Le symétrique d'un angle est un
 - La symétrie centrale conserve

Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure

Exemple



Le symétrique de l'angle \widehat{ABC} par rapport au point D est l'angle $\widehat{A'B'C'}$
 Les deux angles \widehat{ABC} et $\widehat{A'B'C'}$ ont la même mesure, donc $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

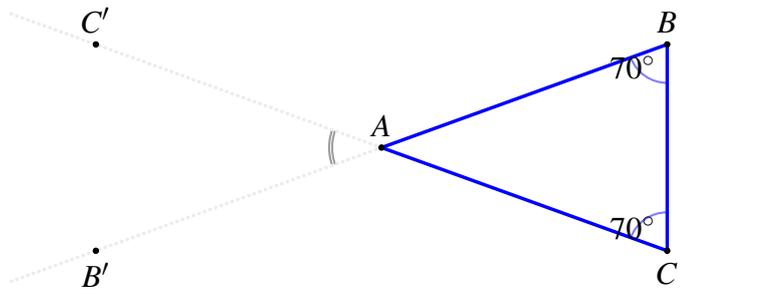
Application

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que, $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 70^\circ$

- 1 Construire B' et C' les symétriques respectifs des points B et C par rapport à A
- 2 Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{B'AC'}$ en justifiant ta réponse

Solution

- 1 La figure

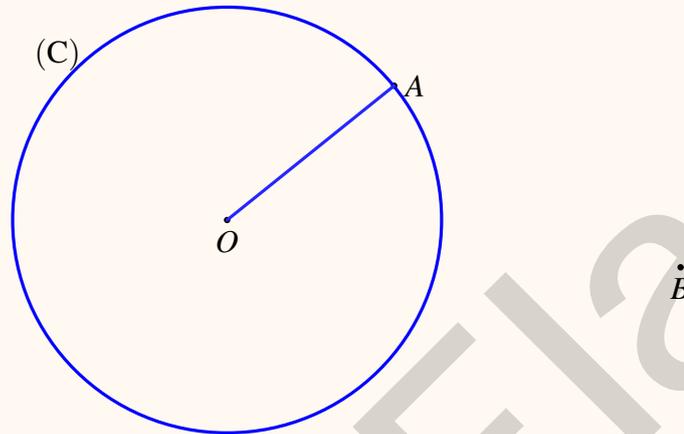


- 2 $\widehat{B'AC'} = \widehat{BAC} = 40^\circ$

V Le symétrique d'un cercle

Activité

On considère le cercle (C) de centre O et de rayon $r = 3\text{cm}$, et A est un point du cercle (C)

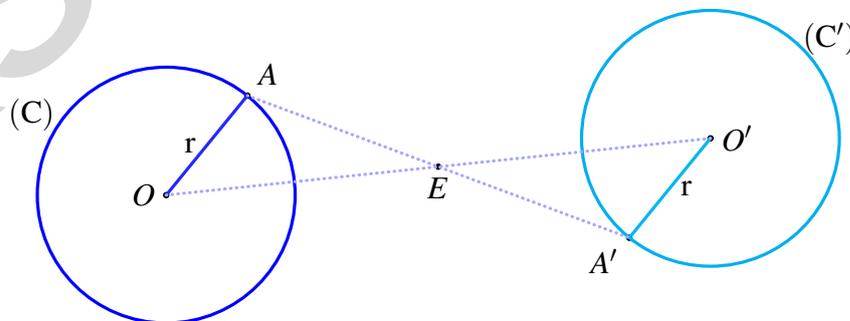


- 1 Construire A' et O' les symétriques respectifs des points A et O par rapport à B
- 2 Que peut-on dire des deux segments $[OA]$ et $[O'A']$? Justifier ta réponse
- 3 Construire le cercle de centre O' et de rayon r
- 4 Compléter : Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un de même

Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle
Les deux cercles symétriques ont le même rayons, et leurs centres sont également symétriques par rapport à ce point

Exemple



Le cercle (C') est le symétrique du cercle (C) par rapport au point E

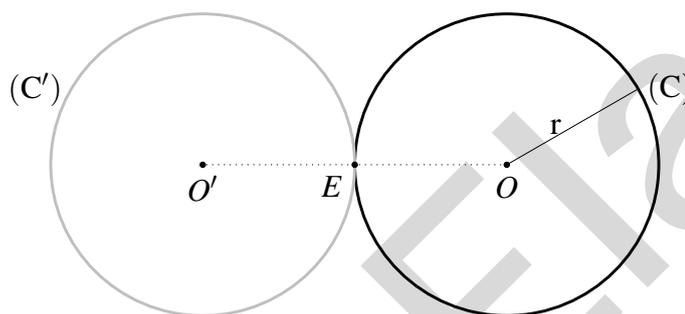
Remarque

Pour construire le symétrique d'un cercle par rapport à un point, on commence par construire le symétrique de son centre et on garde le même rayon

Application

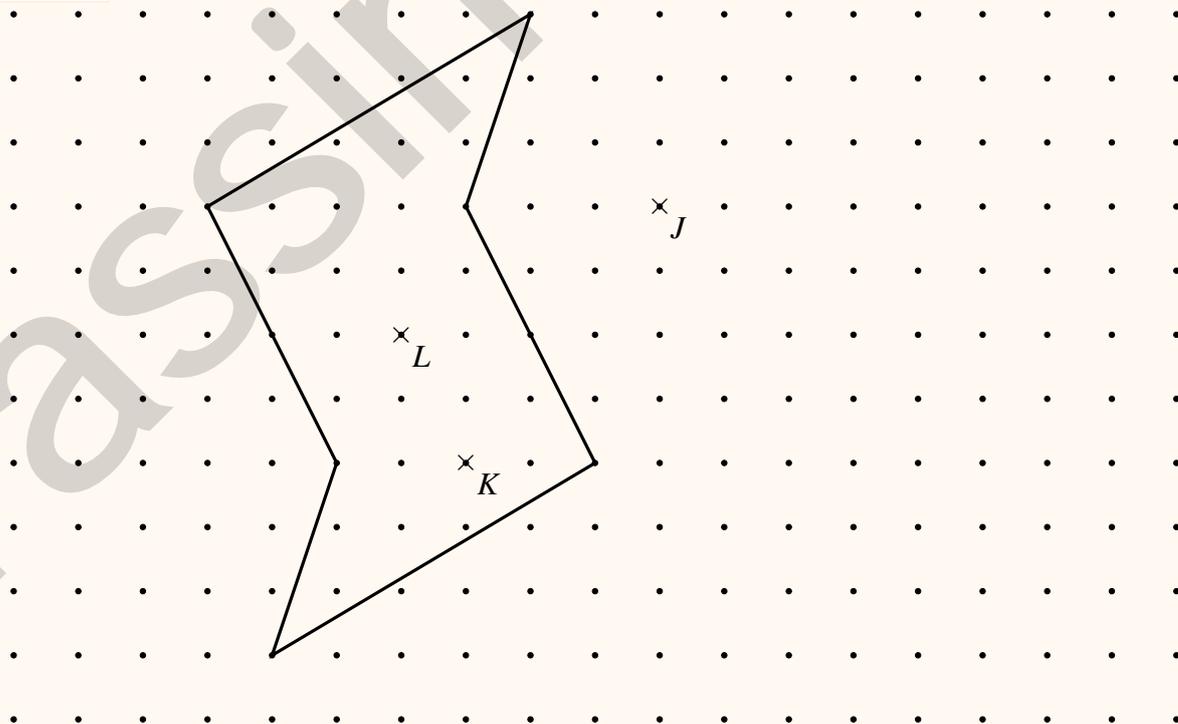
Soit (C) un cercle de centre O et de rayon $r = 2\text{cm}$ et E un point du cercle (C)
 Construire le cercle (C') , le symétrique du cercle (C) par rapport au point E

Solution



VI Symétrie d'une figure

Activité



Reproduire la figure ci-dessus

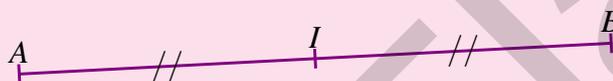
- ➔ Construis, en **bleu**, le symétrique de la figure par rapport au point J
- ➔ Construis, en **vert**, le symétrique de la figure par rapport au point K
- ➔ Construis, en **rouge**, le symétrique de la figure par rapport au point L
- ➔ Que remarques-tu ?

Définition

Un point O est le centre de symétrie d'une figure, lorsque cette figure est sa propre symétrique par rapport à O , autrement dit, lorsque le symétrique de cette figure par rapport au point O est la figure elle-même

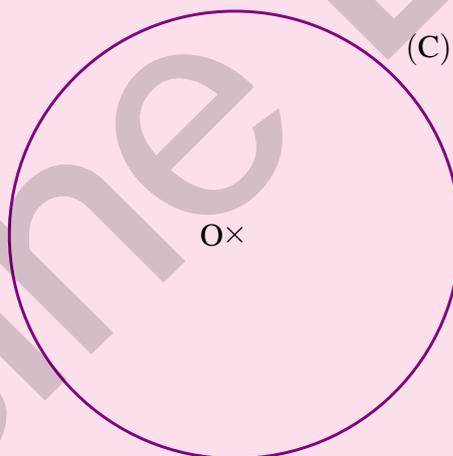
EXEMPLES

①



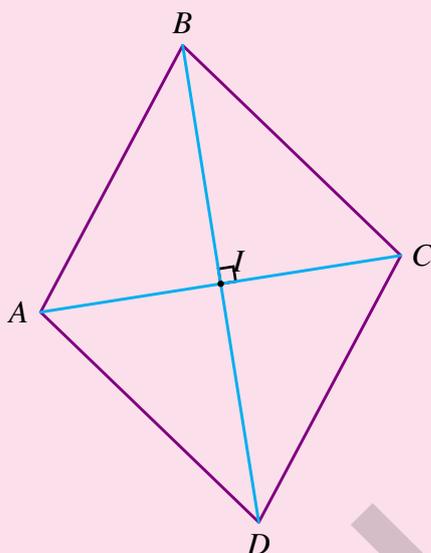
Le point I (milieu du segment $[AB]$), est le centre de symétrie du segment $[AB]$

②



Le point O (centre du cercle (C)), est le centre de symétrie du cercle (C)

③



Le point I est le centre de symétrie du losange $ABCD$

Application

Pour chacune des figures suivantes, est-il possible de trouver un centre de symétrie ?

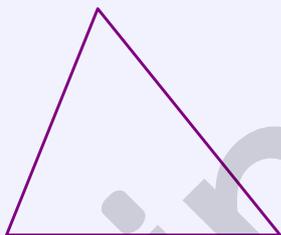


Figure ①

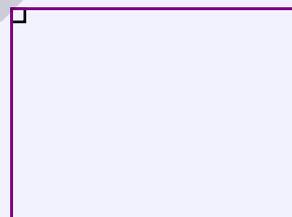


Figure ②

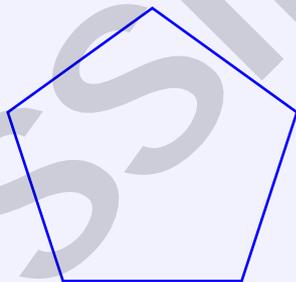


Figure ③

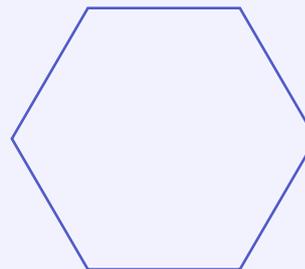


Figure ④

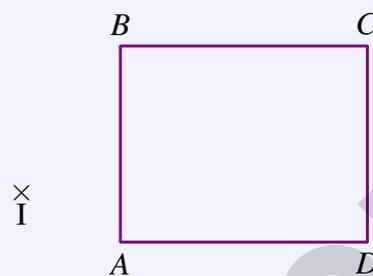
Solution

- * Figure ① NON
- * Figure ② OUI
- * Figure ③ NON
- * Figure ④ OUI

Application

Soit $ABCD$ un rectangle (voir figure ci-contre)

- 1 Construire (en **rouge**) le symétrique du triangle $ABCD$ par rapport à A
- 2 Construire (en **vert**) le symétrique du triangle $ABCD$ par rapport à I

**Solution**