Transformation dans le plan

SÉRIE D'EXERCICE N° 1

Exercice

ABC est un triangle.

Pour tout point M du plan on considère le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$.
Montrer que M' est l'image de M par une translation à préciser son vecteur.

Exercice

Soient A et B deux point du plan (P).
Soit T la transformation plane qui à tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$.

1. Montrer que T admet un point invariant I (c'set à dire que $T(I) = I$).
2. a. Exprimer $\overrightarrow{IM'}$ en fonction de $\overrightarrow{IM}$.
   b. En déduire la nature de la transformation T.

Exercice

Soit ABC un triangle et a un nombre réel.

1. a. On suppose que : $a = -2$.
   Montrer que pour tout point M du plan : $a\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AI}$ où est le milieu de $[BC]$.
   b. On suppose que : $a \neq -2$.
   - Montrer qu'il existe un point unique G tel que : $a\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$.
   - En déduire que pour tout point M du plan : $a\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (a+2)\overrightarrow{MG}$.
2. a. Soit M un point du plan, montrer qu'il existe un point unique M' du plan tel que : $\overrightarrow{MM'} = a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC}$.
   b. On suppose que : $a = -2$. Déterminer la transformation qui transforme M en M'.
   c. On suppose que : $a \neq -2$ et $a \neq -1$.
   - Montrer que la transformation qui transforme M en M' est l'homthétie de centre G et de rapport $-(a+1)$.
   - Dans quel cas cette homothétie est-elle une symétrie centrale ?