



## Série d'exercices

## Exercice : 1

Résoudre les équations différentielles suivantes :

- $y' = 2y$
- $4y' = 2y - 5$
- $y' + 4y - 6 = 0$
- $5f = 2f' - \frac{1}{3}$
- $3g' = g + 9$
- $2h' + 3h = 0$

## Exercice : 2

Déterminer  $f$ , la solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale dans chaque cas suivant. :

- $y' = 3y - 2, y(1) = 0$
- $y' - \frac{1}{4}y = 6, y(-1) = 1$
- $-2y' + 11y = 4, y(-2) = -3$

## Exercice : 3

Résoudre les équations différentielles suivantes :

- $y'' + 2y' - 3y = 0$
- $y'' + 6y' + 9y = 0$
- $y'' + 6y' + \frac{5}{2}y = 0$
- $2y'' - 2\sqrt{2}y' = 0$
- $y'' + 2y' = 0$
- $2'' - 2y' - 3y = 0$

## Exercice : 4

Déterminer  $f$ , la solution de l'équation différentielle qui vérifie les conditions initiales dans chaque cas suivant. :

- $y'' - 2y' - 8y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$
- $y'' - 2y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$
- $3y'' - 2y' + 7y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$

- $y'' - 2y' - 8y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$
- $y'' + \pi^2 y = 0, y(0) = 1, y'(1) = 1$
- $y'' - 16y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$

### Exercice : 5

Normale 2016

- 1 Résoudre l'équation différentielle  $(E) : y'' - 3y' + 2y = 0$
- 2 Déterminer  $g$  la solution de  $(E)$  qui vérifie  $g(0) = -3$  et  $g'(0) = -2$

### Exercice : 6

Normale 2022

On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = (x+1)e^x$

- 1 Résoudre l'équation différentielle  $(E) : y'' - 2y' + y = 0$
- 2 Montrer que la fonction  $h$  la solution de  $(E)$  qui vérifie les conditions  $h(0) = 1$  et  $h'(0) = 2$

### Exercice : 7

- 1 Résoudre l'équation différentielle  $(E) : y'' - 2y' + 5y = 0$
- 2 Déterminer  $f$  la solution de  $(E)$  qui vérifie  $f(0) = 1$  et  $f'(0) = 1$
- 3 En déduire la valeur de l'intégrale :  $I = \int_0^\pi \cos(2x)e^x dx$

### Exercice : 8

- 1 Résoudre l'équation différentielle  $(E) : 4y'' + 4y' + y = 0$
- 2 Déterminer  $g$  la solution de  $(E)$  qui vérifie  $g(0) = -1$  et  $g'(0) = \frac{3}{2}$

**Exercice : 9**

On considère l'équation différentielle  $(E) : y'' - y = 0$

1 Déterminer  $y$  la solution de  $(E)$  qui vérifie  $y(0) = 1$  et  $y'(0) = 0$

2 Soit  $f$  la fonction numérique définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  tel que  $f(0) = 0$  et  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ .

On admet que la fonction  $f$  admet une fonction réciproque  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$

a Vérifier que  $g(0) = 0$  et  $g'(0) = 1$

b Montrer que  $g$  est une solution de l'équation différentielle  $(E)$

3 Déterminer  $f(x)$

**Exercice : 10**

On considère l'équation différentielle suivante :  $(E) : y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$  tel que la fonction  $y$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

1 Montrer que la fonction  $h$  tel que  $h(x) = 2xe^{2x} + 1$  est une solution de l'équation  $(E)$

2 On pose  $y = z + h$  tel que  $z$  est une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

a Montrer que si  $y$  est une solution de l'équation  $(E)$  alors  $z$  est une solution de l'équation  $z' - 2z = 0$

b Montrer que si  $z$  est une solution de l'équation  $z' - 2z = 0$  alors  $y$  est une solution de l'équation  $(E)$

c Écrire l'équivalence obtenue

d Résoudre l'équation  $(E')z' - 2z = 0$  puis déduire les solutions de l'équation  $(E)$

e Déterminer la fonction  $f$  solution de  $(E)$  qui vérifié  $f(0) = 1$