Chapitre

EXO 2BSM

Équations différentielles

I Série d'exercices

Exercice : 1

Déterminer f, la solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale dans chaque cas suivant. :

- ☐ $y' = 3y - 2, y(1) = 0$
- ☐ $y' - \frac{1}{4}y = 6, y(-1) = 1$
- ☐ $-2y' + 11y = 4, y(-2) = -3$

Exercice : 2

Résoudre les équations différentielles suivantes :

- ☐ $y'' + 2y' - 3y = 0$
- ☐ $y'' + 6y' + 9y = 0$
- ☐ $y'' + 6y' + \frac{5}{2}y = 0$
- ☐ $2y'' - 2\sqrt{2}y' = 0$
- ☐ $y'' + 2y' = 0$
- ☐ $2'' - 2y' - 3y = 0$

Exercice : 3

Déterminer f, la solution de l'équation différentielle qui vérifie les conditions initiales dans chaque cas suivant. :

- ☐ $y'' - 2y' - 8y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$
- ☐ $y'' - 2y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$
- ☐ $3y'' - 2y' + 7y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$
- ☐ $y'' - 2y' - 8y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$
- ☐ $y'' + \pi^2 y = 0, y(0) = 1, y'(1) = 1$
- ☐ $y'' - 16y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$

Exercice : 4

1. Résoudre léquation différentielle $(E): y" - 3y' + 2y = 0$
2. Déterminer g la solution de (E) qui vérifie $g(0) = -3$ et $g'(0) = -2$

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x+1)e^x$

1. Résoudre léquation différentielle $(E): y" - 2y' + y = 0$
2. Montrer ue la fonction h la solution de (E) qui vérifie les conditions $h(0) = 1$ et $h'(0) = 2$

Exercice : 5

1. Résoudre léquation différentielle $(E): y" - 2y' + 5y = 0$
2. Déterminer f la solution de (E) qui vérifie $f(0) = 1$ et $f'(0) = 1$
3. En déduire la valeur de lintégrale : $I = \int_0^\pi \cos(2x)e^x dx$

Exercice : 6

1. Résoudre léquation différentielle $(E): 4y" + 4y' + y = 0$
2. Déterminer g la solution de (E) qui vérifie $g(0) = -1$ et $g'(0) = \frac{3}{2}$

Exercice : 7

On considère l'équation différentielle $(E): y" - y = 0$

1. Déterminer y la solution de (E) qui vérifie $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$
2. Soit f la fonction numérique définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(0) = 0$ et $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.
   On admet que la fonction f admet une fonction réciproque g définie sur $\mathbb{R}$
   a. Vérifier que $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$
   b. Montrer que g est une solution de l'équation différentielle (E)
3. Déterminer $f(x)$

Exercice : 8

On considère l'équation différentielle suivante : $(E): y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$ tel que la fonction y définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1 Montrer que la fonction h tel que $h(x) = 2xe^{2x} + 1$ est une solution de l'équation (E)

2 On pose $y = z + h$ tel que z est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

a Montrer que si y est une solution de l'équation (E) alors z est une solution de l'équation $z' - 2z = 0$

b Montrer que si z est une solution de l'équation $z' - 2z = 0$ alors y est une solution de l'équation (E)

c Écrire l'équivalence obtenue

d Résoudre l'équation $(E')z' - 2z = 0$ puis déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifié $f(0) = 1$