

Nombres relatifs-produit et quotient

I Produit de deux nombres décimaux relatifs

Activité

Partie ① :

- 1 Écris chaque multiplication sous la forme d'une longue addition puis calcule alors le résultat

Exemple : $3 \times (-6) = (-6) + (-6) + (-6) = (-24)$

Donc : $3 \times (-6) = (-24)$

A ton tour

* $4 \times (-3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Donc $4 \times (-3) = \dots\dots\dots$

* $2 \times (-9) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Donc $2 \times (-9) = \dots\dots\dots$

* $3 \times (-8) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Donc $3 \times (-8) = \dots\dots\dots$

- 2 Que peut-on dire du produit d'un nombre positifs par un nombre négatif?

Partie ② :

- 1 Voici un extrait de la table de multiplication par (-3)

•• $(-3) \times 4 = \dots$	•• $(-3) \times 3 = \dots$	•• $(-3) \times 2 = \dots$
•• $(-3) \times 1 = \dots$	•• $(-3) \times 0 = \dots$	•• $(-3) \times (-1) \dots$
•• $(-3) \times (-2) = \dots$	•• $(-3) \times (-3) = \dots$	•• $(-3) \times (-4) = \dots$

Compléter la table

- 2 Que peut-on dire du produit d'un nombre négatif par un nombre négatif

1 Produit de deux nombres décimaux relatifs

Règle

(Règle des signes) * Le produit de deux nombres relatifs **de même signe**, est un nombre **positif**

* Le produit de deux nombres relatifs **signes contraires**, est un nombre **négatif**

EXEMPLES

$$(+3) \times (+5)$$



Même signe → Positif

$$(+33) \times (-15.3)$$



Signe contraire → Négatif

$$(-4.32) \times (-15.25)$$



Même signe → Positif

$$(-0.24) \times (+9201)$$



Signe contraire → Négatif

* **Autres exemples :**

$$\star (+7.2) \times (+2) \mapsto (\text{positif})$$

$$\star (-6) \times (-2) \mapsto (\text{positif})$$

$$\star (-3) \times (+2) \mapsto (\text{négatif})$$

$$\star (+5.02) \times (-2) \mapsto (\text{négatif})$$

Règle

Pour multiplier deux nombres relatifs

- ① On détermine le signe du produit avec la règle des signes
- ② On effectue le produit **des distance à zéro**

EXEMPLES

$$\star (+3) \times (+5) = +15$$

$$\star (+7) \times (+2) = +14$$

$$\star (-6.1) \times (-2) = +12.2$$

$$\star (-4) \times (-4) = +16$$

$$\star (-3) \times (+2) = -6$$

$$\star (+5.5) \times (-2.3) = -12.65$$

$$\star (+13) \times (-4) = -52$$

$$\star (-10) \times (+12) = -120$$

Remarque

On peut supprimer le signe '×' devant un nombre relatif désigné par une lettre (a par exemple)

Par ailleurs, $a \times b$ s'écrit : ab et $a \times 9$ s'écrit de préférence : $9a$

On écrit aussi $-5x$ au lieu d'écrire : $(-5) \times x$ ou $5 \times (-x)$

* **Cas particulier :** Pour tout nombre relatifs a :

$$1 \times a = a \times 1 = a$$

$$(-1) \times a = a \times (-1) = -a$$

$$0 \times a = a \times 0 = 0$$

Application

Calculer :

$$\textcircled{1} A = (+11) \times (+6)$$

$$\textcircled{2} B = (+2.5) \times (+19)$$

$$\textcircled{3} C = (+0.25) \times (-7)$$

$$\textcircled{4} D = (-200) \times (+4)$$

$$\textcircled{5} E = (-14) \times (-9)$$

$$\textcircled{6} F = (-32) \times (-3)$$

2 Produit de plusieurs nombres relatifs

Activité

1 Calculer

$$* A = (+5) \times (-2) \times (-3)$$

$$A = \dots \times (-3)$$

$$A = \dots$$

$$* B = (-4) \times (-1) \times (+3) \times (-2)$$

$$B = \dots \times (+3) \times (-2)$$

$$B = \dots \times (-2)$$

$$B = \dots$$

2 Calculer de la même manière

$$* C = (-1) \times (+5) \times (+8)$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$* D = (+4) \times (-2) \times (-3) \times (-3)$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

3 Alors, as-tu une idée pour trouver très rapidement le signe de ces produits ?

Règle

★ Le produit de plusieurs nombres relatifs est **positif** s'il comporte un nombre **pair** de facteurs **négatifs**

★ Le produit de plusieurs nombres relatifs est **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de facteurs **négatifs**

EXEMPLES

$$\star : A = (-5) \times (-2) \times (+1) \times (-4)$$

On a le produit A comporte 3 facteurs négatifs et 3 est nombre impair, donc A est négatif

$$\star : B = (-3) \times (+6) \times (+7) \times (-2) \times (-9) \times (-5)$$

On a le produit B comporte 4 facteurs négatifs et 4 est nombre pair, donc A est positif

• Exemple

Pratiquement :

$$\text{Calculons : } (-20) \times (-3) \times (+13) \times (+6) \times (+8) \times (-5)$$

❶ On détermine le signe du produit :

Il y a 3 (nombre impair) facteurs négatif, donc, le produit est négatif

❷ On multiplie les distance à zéro :

$$20 \times 3 \times 13 \times 6 \times 8 \times 5 = 60 \times 78 \times 40 = 60 \times 40 \times 78 = 2400 \times 78 = 187200$$

❸ conclusion du produit :

$$(-20) \times (-3) \times (+13) \times (+6) \times (+8) \times (-5) = (-187200)$$

Application

Déterminer le signe des produits suivants :

❖ $E = (-61) \times (+12) \times (-5)$

❖ $F = (-16) \times (-22) \times (-5) \times (+12) \times (-7)$

Calculer les produits suivants :

❖ $G = (-6) \times (+9) \times (-5)$

❖ $H = (-16) \times (-2) \times (-5) \times (+3) \times (-7)$

II Quotient de deux nombres relatifs**Activité**

- 1 En remarquant l'exemple suivant : On écrit : $3 \times 5 = 15$, c'est à dire $5 = \frac{15}{3}$ et $3 = \frac{15}{5}$

Compléter :

- ⊗ a) $4 \times \dots = 12$, c'est à dire : et
 ⊗ b) $\dots \times (-5) = -35$, c'est à dire : et
 ⊗ c) $(-6) \times \dots = -36$, c'est à dire : et
 ⊗ d) $\dots \times (-3) = 21$, c'est à dire : et

- 2 Récapitule ces résultats dans le tableau suivant en le complétant :

	Quotient à calculer	Signe du numérateur	Signe du dénominateur	Même signe (oui ou non)	Signe du quotient
a)					
b)					
c)					
d)					

- 3 Que peut-on déduire ?

Activité

On considère le nombre : $A = \frac{(-7) \times (-4) \times 5 \times (-3)}{2 \times (-5) \times (-6) \times (-1)}$

- 1 Quel est le signe du numérateur ?
 2 Quel est le signe du dénominateur ?
 3 En déduire le signe du nombre A ?
 4 Calculer le nombre A

1 Quotient de deux nombres

Définition

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs tel que $b \neq 0$

Le nombre décimal relatif c qui vérifie : $a = b \times c$ s'appelle le quotient de a par b

Et on écrit : $\frac{a}{b} = c$ ou $a \div b = c$ ou encore (moins utilisé) $a : b = c$

EXEMPLES

$$\star (-10) \div 5 = \frac{-10}{5} = (-2), \text{ car } -10 = 5 \times (-2)$$

$$\star (-21) \div (-7) = \frac{-21}{-7} = 3, \text{ car } -21 = (-7) \times 3$$

$$\star 63 \div (-7) = \frac{63}{-7} = -9, \text{ car } 63 = (-7) \times (-9)$$

Quotient particuliers :

Soit a un nombre décimal relatif non nul

$$\Leftrightarrow \frac{a}{1} = a$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{0}{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{0} \text{ (n'a pas de sens)}$$

2 **Signe d'un quotient****Règle**

(Règle des signes) Soient a et b deux nombres décimaux relatifs

★ SI a et b sont de **même signe**, alors $\frac{a}{b}$ est **positif**

★ SI a et b sont de **signes contraires**, alors $\frac{a}{b}$ est **négatif**

EXEMPLES

$$\diamond \frac{-10}{7} = -\frac{10}{7}$$

$$\diamond \frac{-35}{-11} = \frac{35}{11}$$

$$\diamond \frac{111}{-37} = -\frac{111}{37} = -\frac{111}{37}$$

Remarque

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs tel que $b \neq 0$

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} = -\frac{a}{b}$$

3 **Division de deux nombres relatifs****Règle**

Pour diviser deux nombres relatifs non nuls, on divise les distances à zéro et on applique la règle des signes

EXEMPLES

❖ $A = (-60) \div (-5) = +15$

❖ $B = (-30) \div (+4) = (-7.5)$

❖ $C = (+100) \div (+20) = ++5$

❖ $D = (+55) \div (-11) = (-5)$

4 Valeur approchée d'un quotient

• Exemple

On veut calculer le quotient de 13 par -7

Ce quotient est négatif

● -1.9 est une valeur approchée au dixième par défaut de $\frac{13}{-7}$

● -1.8 est une valeur approchée au dixième par excès de $\frac{13}{-7}$

● $-1.9 < \frac{13}{-7} < -1.8$ est un encadrement au dixième de $\frac{13}{-7}$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 10 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 1.8571428 \end{array}$$

Application

Calculer :

❖ $A = 45 \div (-5)$

❖ $B = (-56) \div (-8)$

❖ $C = (-59) \div (10)$

❖ $D = \frac{10}{(-2)}$

❖ $E = \frac{(-60)}{(-4)}$

❖ $F = \frac{(+5)}{(+2)}$

Solution

❖ $A = 45 \div (-5) = -9$

❖ $B = (-56) \div (-8) = 7$

❖ $C = (-59) \div (10) = -5.9$

❖ $D = \frac{10}{(-2)} = -5$

❖ $E = \frac{(-60)}{(-4)} = 15$

❖ $F = \frac{(+5)}{(+2)} = 2.5$