

Les fonctions logarithmes



Série d'exercices

Exercice

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \ln(e^8) - \ln\left(\frac{1}{e}\right) + \ln(\sqrt{e}).$$

$$B = \ln(0,01) - \ln(1000) + \ln(10^6).$$

Exercice

Écrire les expressions suivantes en fonction $\ln(3)$ et $\ln(5)$:

$$A = \ln(9) + \ln\left(\frac{3}{25}\right) + \ln(\sqrt{15}).$$

Exercice

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(x)(1 + \ln(x))$.

Calculer $f(e)$; $f\left(\frac{1}{e^2}\right)$.

Exercice

Résoudre les équations :

a) $e^x = 1$. b) $e^x = e$. c) $e^x = \frac{1}{e}$.

Exercice

Résoudre les équations : $(E_1) : e^x = 5$. $(E_2) : \ln(x) = -5$. $(E_3) : \ln(2x - 1) = -2$.

Exercice

Soit f et g les fonctions définies par les expressions

$$f(x) = 2\ln(x+3) \quad , \quad g(x) = \ln(x^2 + x - 6)$$

Déterminer l'ensemble de définition de f et de g .

Exercice

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + 2\ln(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x + \ln(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} - \ln(x)$.

Exercice

Résoudre les équations et inéquations :

- $\ln(x+1) = \ln(2x)$.
- $2\ln(x) - 3 > 0$.
- $2(\ln(x))^2 + 5\ln(x) - 3 = 0$.
- $\ln(x-3) \leq \ln(x) + \ln(2)$.

Exercice

Résoudre le système :

$$(S) : \begin{cases} -\ln x + 2\ln y = 1 \\ 3\ln x - 5\ln y = -1 \end{cases}$$

Exercice

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 1 + \ln x$.

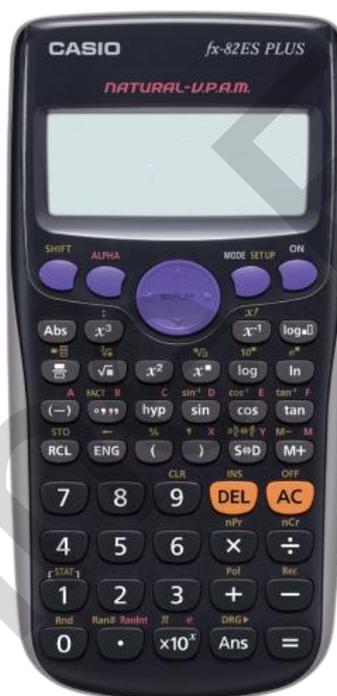
- 1) Déterminer \mathcal{D}_f le domaine de définition de f .
- 2) Calculer $f(\sqrt{e})$, $f(1)$.
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- 4) Calculer $f'(x)$ pour tout x de \mathcal{D}_f .
- 5) Montrer que f est croissante sur \mathcal{D}_f .

Exercice

1. Sachant que $\log(2) \simeq 0,3$, calculer $\log\left(\frac{2}{100}\right)$; $\log\sqrt{40}$; $\log(0,4)$.
2. Simplifier $A = \log(625) - 2\log(0,025) + \log(10^4)$.
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} -5\log(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}\log(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} x + \log(x)$.
4. Calculer la dérivée de la fonction f définie par : $\forall x \in]0; +\infty[f(x) = x^2 + \log(x)$.



Annexe : Logarithme et utilisation d'une calculatrice



Utiliser une calculatrice pour :

- 1 Calculer $\ln 4$.
- 2 Calculer $\log 7$.
- 3 Déterminer une valeur approchée de x tel que $\log x = 3,5$.