

Nombres relatifs-addition et soustraction



Addition de deux nombres relatifs

Activité

Pendant ses vacances, *Ayman* joue deux jeux (jeu 1 et jeu 2)

Chaque jour, *Ayman* joue les deux jeux

Le tableau ci-contre, présente ses gains et ses pertes pendant 5 jours

	Jeux 1	Jeux 2
1 ^{er} jour	Gain 75Dh	Gain 15Dh
2 ^{ème} jour	Perte 30Dh	Perte 35Dh
3 ^{ème} jour	Gain 17Dh	Perte 17Dh
4 ^{ème} jour	Perte 100Dh	Gain 115Dh
5 ^{ème} jour	Gain 10Dh	Perte 90Dh

- 1 Quel type de nombre relatif peut exprimer un gain ?
- 2 Quel type de nombre relatif peut exprimer une perte ?
- 3
 - a Combien *Ayman* a-t-il gagné d'argent le premier jour ?
 - b Combien a-t-il perdu d'argent le deuxième jour ?
 - c A-t-il gagné ou perdu de l'argent le troisième jour ? Combien ?
 - d A-t-il gagné ou perdu de l'argent le quatrième jour ? Combien ?
 - e A-t-il gagné ou perdu de l'argent le cinquième jour ? Combien ?
- 4 Compléter le tableau bilan suivant :

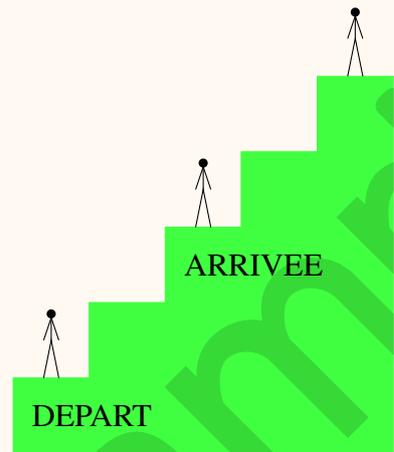
	Expression mathématique correspondant à la situation	Total
1 ^{er} jour	() + ()	
2 ^{ème} jour	() + ()	
3 ^{ème} jour	() + ()	
4 ^{ème} jour	() + ()	
5 ^{ème} jour	() + ()	

Activité

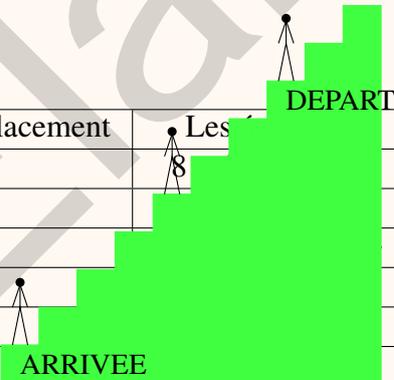
- 1 *Othmane* monte 4 marches et descend 2 marches
Othmane constate que les deux déplacements qu'il a effectués reviennent à monter 2 marches.
Othmane écrit : $(+4) + (-2) = (+2)$

- 2 *Othmane* descend 3 marches puis descend 4 marches
 C'est comme si *Othmane* descend 7 marches
 On traduit par : $(-3) + (-4) = (-7)$

- 3 Compléter le tableau suivant en remplaçant les deux déplacements de *Othmane* par un seul déplacement et en complétant les égalités

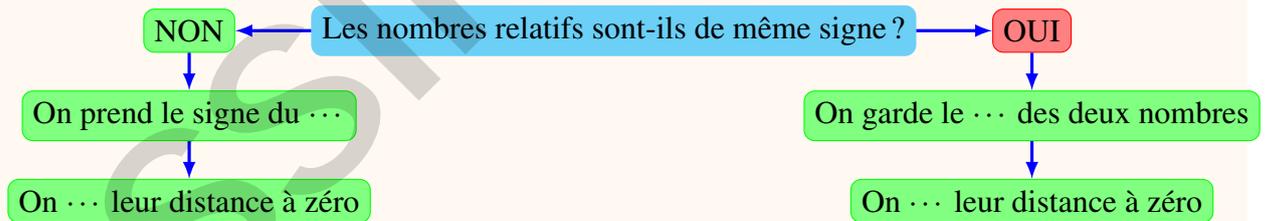


Les deux déplacements	Un seul déplacement	Les
Othmane monte de 8 puis descend 4		8
Othmane monte de 5 puis monte 2		
Othmane descend de 7 puis descend 3		
Othmane descend de 4 puis monte 4		
Othmane descend de 6 puis monte 1		



Activité

Compléter la règle de calcul suivante



1 Somme de deux nombres de même signe

Règle
 Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on garde le signe commun et on additionne leur distance à zéro

EXEMPLES

★ $(+7.5) + (+1.8) = (+9.3)$

★ $(-4.5) + (-2.3) = (-6.8)$

★ $1.7 + 0.3 = 2$

★ $(-2) + (-3) = -5$

$(-5) + (-8) = -13$

On garde le même signe

2 Somme de deux nombres de signe contraires

Règle

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on prend le signe du nombre le plus loin de zéro, et on soustrait leur distance à zéro

EXEMPLES

★ $(+2.1) + (-8) = (-5.9)$

★ $(-1.5) + (6.8) = (+5.3)$

★ $5.7 + (-9) = -3.3$

★ $(-9) + (+12) = +3$

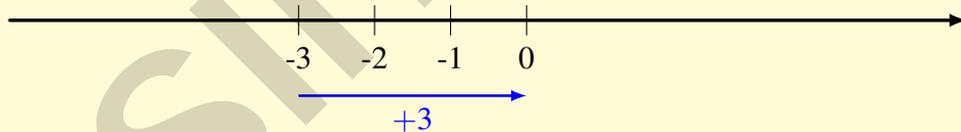
$(-7) + (3) = -4$

On prend le signe du nombre le plus loin de zéro



Remarque

★ La somme de deux nombres relatifs opposés est égale à zéro (0) : $(-3) + (+3) = 0$



★ Soit a un nombre décimal relatif, on a : $a + 0 = 0 + a = a$

Exemple

★ $(-3) + (+3) = 0$

★ $5.7 + (-5.7) = 0$

★ $(+1.5) + (-1.5) = 0$

★ $(-9) + (+9) = 0$

Application

Calculer :

$A = (-3) + (-5) \quad ; ; \quad B = (+1) + (+9) \quad ; ; \quad C = (+4) + (+7)$

$D = (-13) + (-7) \quad ; ; \quad E = (+26) + (-20) \quad ; ; \quad F = (-36) + (+18)$

$G = (+40) + (-60) \quad ; ; \quad H = (-13) + (+7) \quad ; ; \quad I = (+41) + (-17)$

Solution

$$\begin{aligned} A &= -8 \quad ;; \quad B = 10 \quad ;; \quad C = 11 \\ D &= -20 \quad ;; \quad E = 6 \quad ;; \quad F = -18 \\ G &= -20 \quad ;; \quad H = -6 \quad ;; \quad I = 24 \end{aligned}$$

3 Somme de plusieurs nombres relatifs**Règle**

Pour additionner plusieurs nombres relatifs
On calcule les nombres par deux en partant de la gauche vers la droite

• Exemple

$$\begin{aligned} A &= (+3) + (-5) + (-4) + (+9) \\ &= (-2) + (-4) + (+9) \\ &= (-6) + (+9) \\ &= (+3) \end{aligned}$$

Règle

Pour additionner plusieurs nombres relatifs
On peut grouper tous les positifs d'abord, puis tous les négatifs

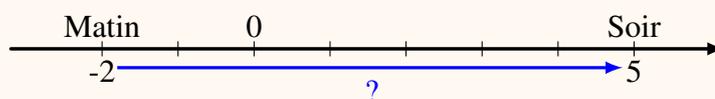
• Exemple

$$\begin{aligned} B &= (+3) + (-5) + (-4) + (+9) \\ &= (+3) + (+9) + (-5) + (-4) \\ &= (+12) + (-9) \\ &= (+3) \end{aligned}$$

II**Soustraction de deux nombres relatifs****Activité**

En un lieu donné, on a relevé la température le matin (M) et le soir (S) en degré Celsius
On s'intéresse à la variation de la température entre le matin et le soir, c'est dire à la différence :
 $M - S$

Par exemple, s'il faisait $(+5)$ le soir ; et (-2) le matin, on va calculer $(+5) - (-2)$. Pour cela on peut s'aider du schéma suivant :



Compléter le tableau suivant

Température du matin (M)	10	13	-2	5	1	-4
Température du soir (S)	13	10	5	-2	-4	-1
Variation ($S - M$)	$(+13) - (+10)$ =	$(+10) - (+13)$ =	$(+5) - (-2)$ =	$(-2) - (+5)$ =	$(-4) - (+1)$ =	$(-1) - (-4)$ =

Voici comment justifier la différence de deux nombres relatifs sans l'aide d'un schéma

Pour calculer par exemple : $(+5) - (-2)$

On peut remarquer que : $(-2) + (+2) = 0$

Et écrire $(+5) - (-2) = (+5) - (-2) + 0 = (+5) - \cancel{(-2)} + (-2) + \cancel{(+2)} = (+5) + (+2) = (+7) = 7$

1 Soustraction

Méthode

Pour soustraire un nombre relatif, on ajout son opposé

Autrement dit : Si a et b sont deux nombres relatifs, alors $a - b = a + (-b)$

Exemple

$$\star 1.2 - 5 = 1.2 + (-5) = -.8$$

$$\star (-2.5) - (-7) = (-2.5) + (7) = 4.5$$

Remarque

La différence de deux nombres relatifs égaux est égale à zéro (0)

Exemple

$$\star (-11) - (-11) = 0$$

$$\star (-7.5) - (-7.5) = 0$$

$$\star (-2.3) - (-2.3) = 0$$

$$\star (-9.35) - (-9.35) = 0$$

2 Suppression des parenthèses

Règle

★ Quand deux (+) se touchent, on les remplace par +

Par exemple : $3 + (+5) = 3 + 5$

★ Quand deux (-) se touchent, on les remplace par +

Par exemple : $3 - (-5) = 3 + 5$

★ Quand deux signes contraires, (+) et (-), se touchent, on les remplace par -

Par exemple : $3 - (+5) = 3 - 5$ ou $5 + (-3) = 5 - 3$

EXEMPLES

$$\star 5.7 + (+1.3) = 5.7 + 1.3 = 7$$

$$\star -7.5 - (-2.5) = -7.5 + 2.5 = -5$$

$$\star 2.3 + (-1) = 2.3 - 1 = 1.3$$

$$\star -9.3 - (+6.3) = -9.3 - 6.3 = -15.8$$

Règle

★ Si une parenthèse est précédée du signe (+), on peut supprimer la parenthèse sans rien changer

★ Si une parenthèse est précédée du signe (-), on peut supprimer la parenthèse à condition de changer tous les signes des termes entre parenthèses

EXEMPLES

$$\star 5.7 + (4 + 1.3) = 5.7 + 4 + 1.3 = 9.7 + 1.3 = 11$$

$$\star -7.5 + (3 - 2.5) = -7.5 + 3 - 2.5 = -4.5 - 2.5 = -7$$

$$\star 2.3 - (5 - 1) = 2.3 - 5 + 1 = -2.7 + 1 = -1.7$$

$$\star -9.3 - (-3 + 6.3) = -9.3 + 3 - 6.3 = -6.3 - 6.3 = -12.6$$

3

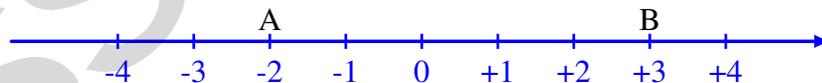
Distance entre deux points

Propriété

Pour calculer la distance entre deux points, sur une droite graduée, on effectue la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite abscisse

• Exemple

Soit la droite graduée suivante où on a placé les points A et B



Calculer la distance AB

On a l'abscisse de A est (-2) et l'abscisse de B est $(+3)$

Le plus grand de ces abscisses est celui de B

Donc : $AB = (+3) - (-2) = (+3) + (+2) = (+5)$



Une distance est toujours **positive**

4 Addition et soustraction de plusieurs nombres relatifs

a Calcul sans parenthèses

EXEMPLES

$$\begin{aligned}
 \star A &= -2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 - 14 \\
 &= 2 - 6 + 8 - 10 + 12 - 14 \\
 &= -4 + 8 - 10 + 12 - 14 \\
 &= 4 - 10 + 12 - 14 \\
 &= -6 + 12 - 14 \\
 &= 6 - 14 \\
 &= -8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \star B &= 5 - 4.2 + 8 + 5.6 - 8 - 3.2 \\
 &= 5 - 4.2 + 5.6 - 3.2 \\
 &= 5 + 5.6 - 4.2 - 3.2 \\
 &= 10.6 - 7.4 \\
 &= 3.2
 \end{aligned}$$

b Calcul avec parenthèses

EXEMPLES

$$\begin{aligned}
 \star C &= -6.8 + 8.7 + (-3.2) \\
 &= 1.9 + (-3.2) \\
 &= 1.9 - 3.2 \\
 &= -1.3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \star D &= -3 + (-2) + 5 + 17 \\
 &= -5 + 17 \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \star E &= -9 + (5 - 13) - (-2.6 - 3) \\
 &= -9 + (-8) - (-5.6) \\
 &= -9 - 8 + 5.6 \\
 &= 5.6 - 9 - 8 \\
 &= 5.6 - 17 \\
 &= -11.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \star F &= 2 - [7 - (11 - 23)] - (-14 + 8) \\
 &= 2 - [7 - (-12)] - (-6) \\
 &= 2 - (7 + 12) + 6 \\
 &= 2 - 19 + 6 \\
 &= -17 + 6 \\
 &= -11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \star E &= -9 + (5 - 13) - (-2.6 - 3) \\
 &= -9 + 5 - 13 + 2.6 + 3 \\
 &= -4 - 13 + 2.6 + 3 \\
 &= -17 + 2.6 + 3 \\
 &= -14.4 + 3 \\
 &= -11.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \star F &= 2 - [7 - (11 - 23)] - (-14 + 8) \\
 &= 2 - [7 - 11 + 23] + 14 - 8 \\
 &= 2 - 7 + 11 - 23 + 14 - 8 \\
 &= 2 + 11 + 14 - 7 - 23 - 8 \\
 &= 27 - 38 \\
 &= -11
 \end{aligned}$$