Ordre dans $\mathbb{R}$

Exercice

Comparer A et B dans les cas suivantes :

- ▶ $A = 1 + 3\sqrt{2}$ et $B = 3\sqrt{3}$
 - ▶ $A = \frac{1}{n}$ et $B = \frac{1}{n+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$
 - ▶ $A = 2a$ et $B = a^2 + 1$ avec $a \in \mathbb{R}$
 - ▶ $A = \frac{n}{\sqrt{n+1}}$ et $B = \sqrt{n+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$
5. $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ et $B = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$ avec $x \in \mathbb{R}^+$

Exercice

On considère les deux nombres $a = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ et $b = \sqrt{39 - 12\sqrt{10}}$

- 1 Montrer que $a \geq 0$
- 2 Calculer a^2 et b^2
- 3 Comparer a et b , puis déduire une comparaison de $(1 - \frac{3}{a})$ et $(1 - \frac{3}{b})$

Exercice

Soient x et y deux nombres réels tels que $-4 \leq x \leq -1$ et $3 \leq y \leq 5$. Encadrer :

- ▶ $x + y$
- ▶ $x - y$
- ▶ xy
- ▶ $\frac{x^2}{y^2 - 2xy}$

Exercice

Dans chacun des cas suivants, représenter sur un axe, puis écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que :

- ▶ $-4 \leq x \leq 1$
- ▶ $x \geq 5$
- ▶ $x < 2$
- ▶ $-\frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3}$

Exercice

Compléter par l'un des symboles " $\in$ "; " $\notin$ "; " $\subset$ " ou " $\not\subset$ " :

- ▶ $-\frac{1}{2} \dots [-1, \sqrt{2}[$
- ▶ $\sqrt{3} \dots]\sqrt{3}, 12[$
- ▶ $2010 \dots]0, +\infty[$
- ▶ $] -2, 1[\dots [-2, 0]$
- ▶ $] -6, 0[\dots] -\infty, 1[$
- ▶ $] -\infty, -1[\dots]1, +\infty[$

Exercice

A l'aide d'un schéma, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J dans les cas suivantes :

- ▶ $I = [-5, -2]$ et $J = [-3, +\infty[$.
- ▶ $I =]0, \sqrt{5}]$ et $J =]-\infty, \sqrt{2}]$.
- ▶ $I =]-\infty, \frac{3}{4}]$ et $J = [-\frac{3}{2}, +\infty[$.
- ▶ $I =]3, 7]$ et $J =]8, +\infty[$.
- ▶ $I = [-1, 1]$ et $J =]-\infty, 2[$.

Exercice

Soient x et y deux nombres réels tels que $-x \in [-2, 2]$ et $y \in [5, 9]$. Encadrer :

- ▶ $x + y$
- ▶ $x - y$
- ▶ xy
- ▶ $\frac{x}{y}$

Exercice

Calculer et simplifier :

- ▶ $|\sqrt{5} - 2| - |\sqrt{5} - 3| - |4 - 2\sqrt{5}|$
- ▶ $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| + 2|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}| - |2\sqrt{2} - 3|$
- ▶ $\sqrt{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2}$
- ▶ $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$

Exercice

Soit a un réel tel que : $|4a + 5| \leq 1$

- 1 Montrer que : $-\frac{3}{2} \leq a \leq -1$
- 2 Encadrer $(2a + 1)^2$
- 3
 - a Développer $(2a + 1)^2(1 - a)$
 - b Montrer que : $2 \leq -4a^3 + 3a + 1 \leq 10$

Exercice

- 1 Déterminer toutes les valeurs approchées de $\frac{3}{7}$ à 0.1 près.
- 2 Sachant que $\frac{2}{3}$ est une valeur approchée de a à 2×10^{-1} près par défaut.
 - a Montrer que $\frac{2}{3} \leq a \leq \frac{13}{15}$
 - b Montrer que $|\frac{a}{a-1}| \leq \frac{13}{2}$

Exercice

Soit x un nombre réel.

- 1 Vérifier que : $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$
- 2 Soit x dans l'intervalle $[1, 3]$. Montrer que : $-1 \leq x^2 - 2x \leq 3$
- 3 Sachant qu'on a $x \in [1, 3]$.
 - a Montrer que : $\frac{1}{2} \leq \frac{3}{x^2 - 2x + 3} \leq \frac{3}{2}$
 - b En déduire que $|\frac{3}{x^2 - 2x + 3} - 1| \leq \frac{1}{2}$

Exercice

Soient x et y deux réels tels que $0 < x < y$.

- 1 Montrer que $x^2 < xy < y^2$.
- 2 Montrer que si $xy = 15$ alors $x < \sqrt{15} < y$
- 3 montrer que $\frac{931}{241} < \sqrt{15} < \frac{3615}{931}$

Exercice

Soient x et y deux nombres réels tels que $1 \leq x \leq 2$ et $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$. On pose $A = x^2 - y^2 + x + y$

- 1 Encadrer l'expression A
- 2
 - a Vérifier que $A = (x + y)(x - y + 1)$
 - b En déduire un autre encadrement de A
- 3 Déduire que $\frac{3}{4} \leq A \leq \frac{29}{4}$

Exercice

Soient a et b deux nombres réels tels que $a \geq 2$ et $b \geq 2$. On pose $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $y = \sqrt{ab} + 1$

- 1 Montrer que $x^2 - y^2 = (a - 1)(1 - b)$
- 2 Comparer x et y
- 3 Application : Comparer les nombres $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ et $\sqrt{6}$

Exercice

Soient x et y deux nombres réels strictement positifs tels que $x^2 + y^2 = 2$

- 1 Montrer que $(x + y)^2 = 2(1 + xy)$
- 2 En déduire que $x + y > \sqrt{2}$