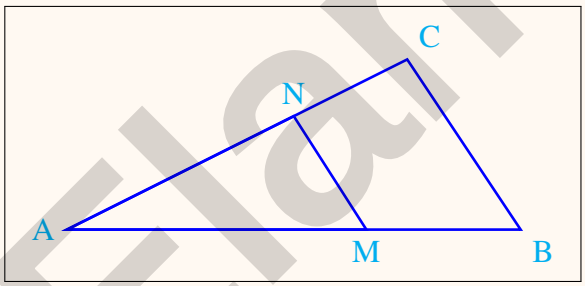
Théorème de Thalès

I Théorème de Thalès direct

1 Activités

Activité

On considère le figure si-contre tel que : $(MN) \parallel (BC)$, $AM = 3$, $AB = 8$, $MN = 1.5$ et $AC = 4$
Calculer AN et BC



Solution

On considère le triangle ABC

On a $\begin{cases} M \in [AB] \\ N \in (AC] \end{cases}$ tel que $(MN) \parallel (BC)$

Donc d'après la proposition de Thalès on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

C'est à dire : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$. Donc : $\frac{3}{8} = \frac{AN}{4}$ et $\frac{3}{8} = \frac{1.5}{BC}$

Donc : $AN = \frac{3 \times 4}{8}$ et $BC = \frac{8 \times 1.5}{3}$. D'où : $AN = \frac{3}{2}$ et $BC = 4$

2 Exemples

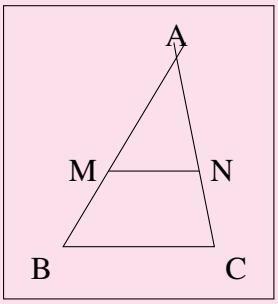
EXEMPLES

(D) et (Δ) sont deux droites sécantes en A
Soient B et M deux points de la droite (D) distinctes de A, et soient C et N deux points de la droite (Δ) distinctes de A tel que : $(MN) \parallel (BC)$
Dans les trois cas on a :

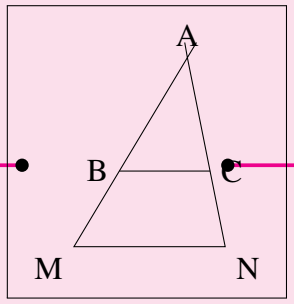
$\begin{cases} A, M \text{ et } B \text{ des points alignées} \\ A, N \text{ et } C \text{ des points alignées} \\ (MN) \parallel (BC) \end{cases}$

Yassine Elamri

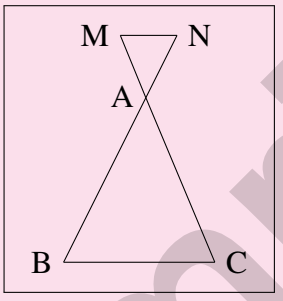
✿ Premier cas



✿ Deuxième cas



✿ Troisième cas



Dans tous les cas, on auras : $\overbrace{\underbrace{\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}}_{\text{Longueurs du triangle}ABC}}^{\text{Longueurs du triangle}AMN}$

3 Théorème de Thalès direct

(D) et (Δ) deux droites sécantes en A
Soient B et M deux points de la droite (D) distinctes de A
Soient C et N deux points de la droite (Δ) distinctes de A
Si $(BC) \parallel (MN)$ alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

4 Application sur le triangle

Proposition

Soit ABC un triangle
Si $\begin{cases} M \in [AB] \\ N \in (AC] \end{cases}$ tel que $(MN) \parallel (BC)$
Alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

Remarque

✿ Le théorème de Thalès direct nécessite deux conditions, a savoir, l'appartenance et le parallélisme et donne la triple égalité

✿ On utilise le théorème de Thalès direct pour calculer les longueurs

• Exemple

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 6cm$, $AC = 4cm$ et $BC = 5cm$
Soit E un point de $[AB]$ tel que $AE = 2cm$
la parallèle à (BC) passante par E coupe $[AC]$ en F

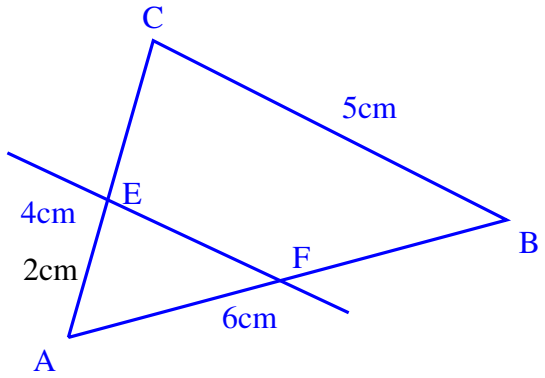
Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

1 Construire une figure
2 Calculer AF et AE

Solution

1 Construisons une figure



2 Calculons AF et AE On considère le triangle ABC

On a : $\begin{cases} E \in [AB] \\ F \in (AC] \end{cases}$ tel que $(EF) \parallel (BC)$

Donc d'après le théorème de Thalès direct, on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

C'est à dire : $\frac{2}{6} = \frac{AF}{4} = \frac{EF}{5}$, Donc : $\frac{2}{6} = \frac{AF}{4}$ et $\frac{2}{6} = \frac{EF}{5}$

Donc : $AF = \frac{2 \times 4}{6}$ et $EF = \frac{2 \times 5}{6}$, D'où : $AF = \frac{4}{3}cm$ et $EF = \frac{5}{3}cm$

II La réciproque du théorème de Thalès

1 Activités

Activité

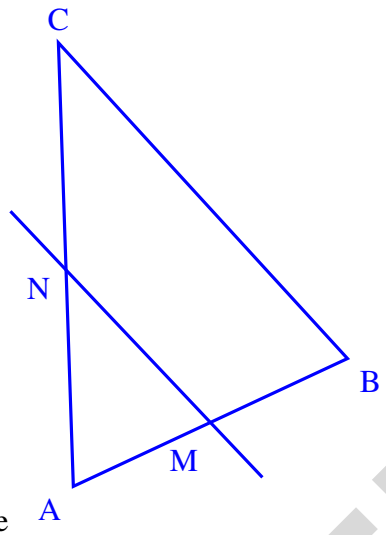
Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$ et $AC = 6$
. M et N sont deux points de $[AB]$ et $[AC]$ respectivement tel que : $AM = 2$ et $AN = 3$

1 Construire une figure
2 Montrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
3 Montrer que : $(MN) \parallel (BC)$

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Solution



1 Construisons uns figure

2 Montrons que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

On a : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

3 Montrons que : $(MN) \parallel (BC)$

On considère le trinangle ABC

On a : $\begin{cases} \blacklozenge M \text{ milieu de } [AB] \\ \blacklozenge N \text{ milieu de } [AC] \end{cases}$

Donc, d'après la proposition (Chapitre Triangle et droites parallèles) .

On a $(MN) \parallel (BC)$

2 Théorème de Thalès réciproque

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en A
B et M deux points de (D) disticts de A
C et N deux point de (Δ) distincts de A
Si les points A, M et B et les points A, N et C ont le même ordre tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
Alors : $(MN) \parallel (BC)$

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

3 Application sur le triangle

Proposition

Soit ABC un triangle

Si $\begin{cases} \bigstar M \in [AB] \\ \bigstar N \in [AC] \end{cases}$

et les points A, M et B et les points A, N et C ont le même ordre tel que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

Alors : $(MN) \parallel (BC)$

Remarque

- ☆ Le théorème de Thalès réciproque nécessite trois conditions (Appartenance + Ordre des points + Egalité) et donne le parallélisme
- ☆ On utilise la réciproque du théorème de Thalès pour prouver le parallélisme
- ☆ La condition de l'ordre des points sur chaque droite est nécessaire pour applique la réciproque du théorème de Thalès

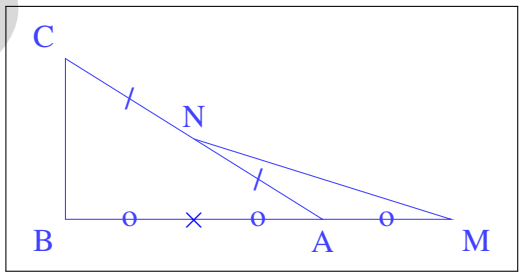
• Exemple

On considère la figure suivantes

On a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{1}{2}$

Donc : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

Et pourtant (MN) et (BC) ne sont pas parallèles, car l'ordre des points A, N et C est différent de l'ordre des points A, M et B



Application

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 4cm$ et $AC = 6cm$

E est un point de $[AB]$ tel que $AE = 2cm$ et F est un point de $[AC]$ tel que$AF = 3cm$

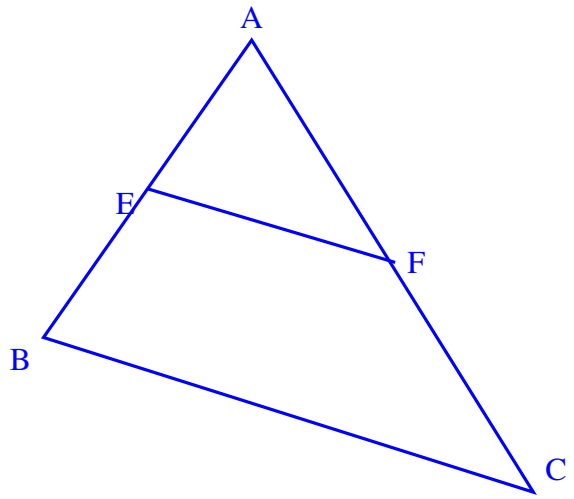
1. Construire une figure
2. Montrer que : $(BC) \parallel (EF)$

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Solution

1 Construisons une figure



2 Montrons que : $(BC) \parallel (EF)$

On a $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Donc : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

On considère le triangle ABC

On a : $\begin{cases} E \in (AB) \\ F \in (AC) \end{cases}$

Et les points A, E et B et les points A, F et C ont le même ordre et puisque $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

Donc, d'après le théorème de Thalès réciproque, on a : $(BC) \parallel (EF)$

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today