Barycentre dans le plans

I Série d'exercice

Exercice

1 Soient A et B deux points dans le plan tel que $AB = 10cm$.

1. Déterminer l'ensemble des nombres réels m tel que le système des points $(A; m^2 - 8)$ et $(B; -2m+6)$ a un barycentre.
2. Construire le barycentre G des points pondérés $(A; -7)$ et $(B; 4)\}$.
3. On considère le point H dans le plan tel que : $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$.
   Montrer que H est un barycentre d'un système des points pondérés à déterminer.

Exercice

Première partie :
Soit ABC un triangle et soit α un nombre réel.
On considère deux points D et E tels que : $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = \alpha\overrightarrow{CA}$.

1. Faire une figure dans le cas où $\alpha = \frac{1}{3}$ et $\alpha = -1$.
2. Montrer que $D = Bar\{(A; 1-\alpha), (B; \alpha)\}$.
3. Montrer que $E = Bar\{(C; 1-\alpha), (A; \alpha)\}$

Deuxième partie :

1. Construire le point G le barycentre des points pondérés $(A; 1)$, $(B; 4)$ et $(C; -1)$.
2. Déterminer puis construire l'ensemble des points M dans le plan tel que :

$$||\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|| = 8$$

Exercice

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O.

1. Construire le barycentre I du système des points $(A; 1)$ et $(B; 3)$ et le barycentre K du système des points $(C; 1)$ et $(D; 3)$.

Yassine Elamri

2 En déduire l'ensemble (Γ) des points M tel que :

$$||\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}||=||\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MD}||$$

3 Montrer que O est le milieu de $[IK]$.

4 Construire le barycentre G du système des points $(A;1)$, $(B;1)$ et $(C;2)$, puis montrer que $G\in[BD]$. En déduire l'ensemble des points M tel que : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

5 Construire le barycentre J du système des points $(B;2)$ et $(C;1)$ et le barycentre L du système des points $(A;1)$ et $(D;2)$.

6 Montrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme de centre O

Exercice

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A tels que : $AB=6cm$, $BC=4cm$ et I le milieu de $[BC]$. On considère les points J et K définis par : $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

1 Construire les points J et K.

2 Montrer que $J=Bar\{(A;a),(C;c)\}$ en déterminant les coefficients a et c.

3 Construire le barycentre G des points pondérés $(A;4)$, $(B;3)$ et $(C;-1)$

4 Le plan est muni au repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

a Déterminer les cordonnées des point I, J, K et G.

b Montrer que les points I, J et K sont alignés.

c Déterminer puis construire l'ensemble (E_1) des points M dans le plan tel que :

$$||4\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}||=3||\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$$

d Soit (E_2) l'ensemble des points M dans le plan tel que :

$$||4\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}||=||4\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}||$$

i. Vérifier que $B\in(E_2)$.

ii. Montrer que $M\in(E_2)\Rightarrow GM=\frac{\sqrt{10}}{6}$ puis construire (E_2).

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Exercice

1. On considère M, E et N trois points non alignés. Soit H le barycentre du système $\{(M;3),(E;1),(N;1)\}$, Q celui de $\{(M;3),(N;1)\}$ et R celui de $\{(M;3),(E;1)\}$.
   - a. Démontrer que les droites (EQ) et (NR) passent par H.
   - b. Soit P le milieu du segment $[EN]$.
     - i. Prouver que M, P et H sont alignés.
     - ii. Exprimer $\overrightarrow{PH}$ en fonction de $\overrightarrow{PM}$.
2. On donne un triangle rectangle direct ABC et isocèle en A tel que $AB = AC = a$, $a > 0$.
   - a. Déterminer le point G barycentre du système $\{(A;4),(B;-1),(C;-1)\}$.
     Construire G.
   - b. Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $4\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 - \overrightarrow{MC}^2 = 2a^2$.
     Construire (E).

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today