

Calcul vectoriel dans le plan

Exercice

On considère des points A et B tels que $AB = 2\text{cm}$.

construire les points C, D, E , et F définis par :

$$\vec{AC} = 2\vec{AB} ; \vec{AD} = -3\vec{AB} ; \vec{BE} = \frac{1}{2}\vec{AB} ; \vec{BF} = -\frac{5}{2}\vec{AB}$$

Exercice

On considère quatre points A, B, C, D quelconques.

- 1 Construire le point M tel que : $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC} - \vec{BC}$
- 2 Construire le point N tel que : $\vec{AN} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AD}$
- 3 Démontrer que $\vec{MN} = \vec{CA} + \vec{BD}$

Exercice

ABC est un triangle. Les points N, P et Q sont tels que :

$$\vec{AN} = -\frac{3}{4}\vec{AB} - \vec{BC}, \vec{AP} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + 2\vec{AC} \text{ et } \vec{BQ} = \frac{1}{3}\vec{CA} + \frac{2}{3}\vec{CB}$$

- 1 Exprimer \vec{AN} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .
- 2 Déterminer un réel k tel que $\vec{AP} = k\vec{AN}$.
- 3 Que peut on dire des points A, N et P ? Justifiez votre réponse.
- 4 Montrer que les droites (NQ) et (AB) sont parallèles. (On pourra exprimer \vec{NQ} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} puis établir que $\vec{NQ} = \frac{17}{12}\vec{AB}$)

Exercice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O ; I est le milieu de $[AB]$ et E est le point tel que $\vec{DE} = \frac{2}{3}\vec{DI}$.

- 1 Prouver que $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$
Aide : En partant de $\vec{DE} = \frac{2}{3}\vec{DI}$, décomposer \vec{DE} et \vec{DI} en fonction de \vec{AD}, \vec{AE} et \vec{AI}
- 2 En déduire l'alignement de A, E et C .

Exercice

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque. On appelle I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$. O est un point quelconque du plan.

- 1 Faire une figure.
- 2 Justifier que $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OI}$. En déduire que, de la même façon, $\vec{OC} + \vec{OD} = 2\vec{OJ}$.
- 3 On se propose de construire le point M tel que $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OC} - \vec{OD}$.
Déduire de la question précédente que $\vec{OM} = 2\vec{JI}$.
- 4 Déduire de cette égalité vectorielle la construction du point M sur le dessin.
- 5 Les droites (OM) et (JI) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice

ABC est un triangle.

- 1 Placer les points D, E et F tels que : $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC}$; $\vec{BE} = -\frac{1}{2}\vec{CB}$ et F est le milieu de $[AC]$.
- 2 Exprimer, en justifiant, le vecteur \vec{AB} en fonction de \vec{FE} .
- 3
 - a Exprimer le vecteur \vec{AE} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .
 - b En déduire un réel k tel que $\vec{AD} = k\vec{AE}$.
 - c Que peut-on alors conclure ?
- 4
 - a Placer le point M tel que : $\vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0}$
 - b Placer le point G symétrique de F par rapport à C .
 - c Montrer que $\vec{GA} = \frac{3}{2}\vec{CA}$ puis montrer que $(GD) \parallel (AB)$.
 - d En déduire la nature du quadrilatère $AMDG$.