

La continuité d'une fonction

Série D'exercice

Exercice

1 Calculer les limites suivantes :

- 1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-2x}$
- 2 $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{3x^2-2x}{9x^2-4}$
- 3 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}-x+1}{x^2-x}$
- 4 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2\sqrt{x-3}-3}{x^2-9}$

Exercice

2

1 On considère les fonctions f et g , tels que :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}; x \neq 1 \\ f(1) = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{x}; x \neq 0 \\ g(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Donner le domaine définition de f et g puis étudier la continuité de f en 1 et de g en 0 .

Exercice

3 On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-x}{2(x^2-1)}; x < 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}; x > 1 \\ f(1) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

- 1 Montrer que f est continue en droite de 1
- 2 Est-ce que la fonction est continue en 1 ?

Exercice

4 On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x+b}{x^2-1}; x < 1 \\ f(x) = \frac{x\sqrt{x-1}}{x-1}; x > 1 \\ f(1) = a \end{cases}$$

- 1 Déterminer les valeurs de b en $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- 2 Déterminer les nombres de a et b pour f est continue en 1

Exercice

5

- 1 Montrer que l'équation $x^5 + x + 1 = 0$ admet une solution en $[-1; 0]$
- 2 On considère la fonction $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$
 - a Montrer que est nul en intervalle $[1; 2]$
 - b Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution en $[1; 2]$
- 3 On pose $f(x) = x^3 + 3x - 5$
Montrer que (Cf)coupe (OX) en point α puis donner le table de signe de $f(x)$

Exercice

6 Soit f une fonction définie par :

$$f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x-1}$$

- 1 Déterminer D_f puis étudier la continuité de f sur D_f
- 2 Étudier la monotonie de f sur D_f puis tracer la table variation de f
- 3 Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur l'intervalle I qui peut déterminer

Exercice

7 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x\sqrt{x^2 + x}$$

- 1 Détermine D_f puis calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2 Montrer que $f(x) = 0$ admet au moins une solution en l'intervalle $[-2; 2]$
- 3 Soit g une fonction définie en $I =]-\infty; 1]$ tels que : $g(x) = f(x)$
 - a Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur l'intervalle J qui peut

déterminer